

**В. М. Россочинський**, старший викладач кафедри вищої математики та інформатики Академії митної служби України

**О. Ф. Булгакова**, старший викладач кафедри вищої математики та інформатики Академії митної служби України

### ПРОГНОЗУВАННЯ РЯДІВ ДИНАМІКИ ЗА НАЯВНОСТІ КОЛИВАНЬ

*Розроблено методикау точкового та інтервального прогнозування рядів динаміки з довільним загальним трендом за наявності коливань. Методика передбачає можливість виправлення загального тренду динамічного ряду та використання приростів коливань як механізму їх вивчення.*

Ключові слова: *ряд динаміки; рівняння тренду; періодичні коливання; прирости коливань; точковий прогноз; інтервальный прогноз; виправлений тренд; прогнозування.*

*The authors developed a methodology for making the point prediction and the interval prediction of time series having an arbitrary general trend with the presence of fluctuations. The methodology envisages the possibility of correcting the general trend of a time series and the use of the increments of fluctuations as a mechanism of their investigation.*

Key words: *time series; trend equation; periodical fluctuations; increments of fluctuations; point prediction; interval prediction; corrected trend; prediction.*

**Постановка проблеми.** У даному дослідженні поставлено завдання розробки методики точкового та інтервального прогнозування динамічних рядів з довільним загальним трендом за наявності періодичних коливань рівнів ряду.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Основним способом прогнозування рядів динаміки, що мають періодичні (зокрема, сезонні) коливання рівнів, вважається аналітичне вирівнювання ряду та екстраполяція побудованого загального тренду з урахуванням наявних коливань рівнів ряду. При цьому як аналітичний механізм вивчення коливань використовуються індекси сезонності [1, 156]. Однак їх застосування, на думку авторів, можна вважати допустимим і коректним тільки за виконання двох умов:

- 1) загальний тренд  $\varphi(t)$  ряду динаміки має бути сталим:  $\varphi(t) \equiv C - \text{const}$ ;
- 2) числові значення всіх рівнів  $y_i$  ряду мають бути тільки додатними:  $y_i > 0$ .

Якщо хоча б одна з наведених умов не виконується, то використання індексів сезонності, а відтак, і прогнозування ряду динаміки за наявності коливань вищезазначеним методом слід вважати недоцільним.

**Мета статті** – виконання поставленого завдання створення методики точкового та інтервального прогнозування рядів динаміки, що мають періодичні коливання своїх рівнів, з довільним загальним трендом і довільними значеннями рівнів ряду.

**Виклад основного матеріалу.** Нехай задано часовий ряд.

Час ( $t_k = k$ )	$t_0 = 0$	$t_1 = 1$	$t_2 = 2$	...	$t_N = N$
Рівні ряду ( $y_k$ )	$y_0$	$y_1$	$y_2$	...	$y_N$

(1)

У практиці статистичних досліджень можлива ситуація, коли сама наявність коливань рівнів часового ряду не є очевидною або достатньо обґрунтованою. Виявити наявність або відсутність коливань з певною заданою надійністю (або надійною імовірністю) можна за методом знаків, викладеним у [2].

Припустимо, що заданий часовий ряд (1) має коливання своїх рівнів з певним періодом  $T$ ,  $M$  – кількість рівнів ряду в кожному періоді. Точковий прогноз виконується шляхом екстраполяції загального тренду на час  $\tau > t_N$ , який цікавить дослідника, з урахуванням наявних коливань рівнів ряду за допомогою приростів коливань [2].

На жаль, у багатьох випадках реальних статистичних досліджень фактичний загальний тренд  $f(t)$  невідомий, і його доводиться апроксимувати за методом найменших квадратів (далі – МНК). Але можлива ситуація, коли знайдений за МНК загальний тренд  $\psi(t)$  може виявитись дещо (іноді суттєво) викривленим, як показано на рис. 1, для, наприклад,  $N = 17$ . При цьому для спрощення візуального сприйняття покладено  $f(t) \equiv C - \text{const}$ .

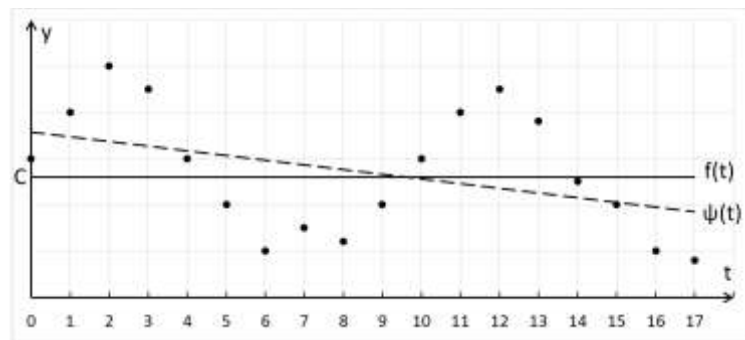


Рис. 1. Графіки фактичного  $f(t)$  і знайденого за МНК викривленого  $\psi(t)$  загальних трендів на кореляційному полі динамічного ряду

Очевидно, що викривлений загальний тренд  $\psi(t)$  недоцільно використовувати для прогнозування. Тоді виникає завдання виправлення викривленого загального тренду  $\psi(t)$ , яке виконується так.

Необхідно побудувати новий часовий ряд як частину вихідного ряду від  $(t_v = v; y_v)$  до  $(t_u = u; y_u)$  і для нового ряду за МНК знайти загальний тренд  $\varphi(t)$ , який можна вважати виправленим і придатним для виконання прогнозів шляхом його екстраполяції з урахуванням наявних коливань (див. приклад). При цьому  $v = u + 1 - m \cdot M$ , де  $m = (N + 1)/M$  – максимально можлива кількість періодів, що входять до вихідного ряду динаміки;  $x$  – ціла частина числа  $x$ . Номер  $u$  останнього рівня нового часового ряду визначається так. Слід побудувати три крайні праві точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  перетину графіка загального тренду  $\psi(t)$  з графіком динамічного ряду (рис. 4), і за цим рисунком знайти хоча б наближено графічно абсциси цих точок  $t_A < t_B < t_C$ .

Після цього значення  $u$  визначається за правилом:

- якщо  $Q = t_C + (t_B - t_A)/2 < N$ , то  $u \approx Q$  за правилами округлення з точністю до цілих;
- якщо  $N \leq Q \leq N + 0,5$ , то  $u = N$ ;
- якщо  $N + 0,5 < Q$ , то  $u \approx \frac{t_C + t_B}{2} = P$  за правилами округлення з точністю до цілих.

Якщо обчислене значення  $Q(P)$  виявиться точною серединою відрізка між двома сусідніми значеннями часу  $t$  на осі  $ot$ , то за  $u$  можна взяти  $Q - 0,5$  або  $Q + 0,5$  ( $P - 0,5$  або  $P + 0,5$ )

---

на суб'єктивний вибір дослідника. Наприклад, якщо  $Q = 64,5$ , то можна взяти  $u = 64$  або  $u = 65$  за умови  $N \geq 65$ .

Якщо після обчислення  $u$  і  $v$  виявиться, що  $u = N$  і  $v = 0$ , то можна вважати, що попередньо знайдений загальний тренд  $\psi(t)$  не має викривлень і його можна використовувати для виконання прогнозу.

Необхідно зауважити, що наявність коливань рівнів ряду динаміки формально виявлялася за методом знаків [2] для загального тренду  $\psi(t)$  і може не підтвердитись для виправленого тренду  $\varphi(t)$ , якщо функції  $\varphi(t)$  і  $\psi(t)$  суттєво відрізняються одна від одної. Тому, якщо на суб'єктивний погляд дослідника така відмінність існує, слід формально підтвердити за методом знаків наявність коливань з тим же періодом  $T$  і, відповідно, числом  $M$  для виправленого тренду  $\varphi(t)$ .

Якщо формальне застосування методу знаків з виправленим загальним трендом  $\varphi(t)$  не підтвердить наявність коливань з тим же періодом  $T$ , але водночас дослідник має певні обґрунтовані підстави сумніватись у відсутності коливань, то дослідження можна повністю повторити, провівши, якщо це можливо, одну (або декілька) з таких операцій.

1. Збільшити загальну кількість (тобто число  $N$ ) рівнів вихідного часового ряду.
2. Збільшити кількість  $M$  рівнів ряду в одному періоді, що може збільшити критичне значення  $S_{кр}$   $s$ -критерію [2].
3. Зменшити надійність, що також може збільшити значення  $S_{кр}$ .
4. Обрати інший допустимий вид загальних трендів  $\psi(t)$  і/або  $\varphi(t)$ .
5. Обрати інше прийнятне значення періоду  $T$  і, відповідно, числа  $M$ .

Якщо після виконання вищезазначених операцій наявність коливань формально не підтвердиться, то дослідник може:

- а) прийти до висновку про відсутність періодичних коливань;
- б) продовжити дослідження із загальним трендом  $\psi(t)$  або  $\varphi(t)$  і попередньо знайденим періодом  $T$ , урахувавши при цьому, що результати прогнозування можуть бути суттєво неточними.

Припустимо, що заданий часовий ряд має періодичні коливання з періодом  $T$ , кількістю  $M$  рівнів ряду в одному періоді та виправленим загальним трендом  $\varphi(t)$ .

Точковий прогноз, тобто точкове оцінювання рівня  $y_t$  динамічного ряду для майбутнього часу  $\tau > t_N$ , виконується шляхом обчислення значення виправленого загального тренду  $\varphi(t)$  для  $t = \tau$  з урахуванням наявних коливань за формулою.

$$y_t = \varphi(\tau) + z_t, \quad (2)$$

де  $z_t$  – загальний приріст коливань [2], що відповідає часу  $t = \tau$ .

Інтервальний прогноз, тобто інтервальне оцінювання значення рівня динамічного ряду для майбутнього часу  $t = \tau$  виконується тільки для рівномірних рядів [1] і являє собою надійний інтервал  $(y_n; y_n)$ , який має із заданою надійністю (або надійною імовірністю)  $\gamma$  накрити майбутнє значення ознаки  $Y$ , що оцінюється. Межі надійного інтервалу обчислюються за формулами:

$$y_n = y_t - t(n; \alpha) \cdot S_p \cdot \mu_\tau, \quad (3)$$

$$y_n = y_t + t(n; \alpha) \cdot S_p \cdot \mu_\tau, \quad (4)$$

де  $t(n; \alpha)$  – коефіцієнт довіри (або довірче число), який обчислюється за таблицею критичних значень розподілу Стюдента для двосторонньої критичної області залежно від кількості ступенів вільності  $n = m \cdot M - e$  і рівня значущості  $\alpha = 1 - \gamma$ ;  $e$  – кількість параметрів

загального тренду  $\varphi(t)$ , що розраховувалися за методом найменших квадратів;  $\mu_\tau$  – коефіцієнт прогнозу, який обчислюється за формулою [3, 169]:

$$\mu_\tau = \frac{m \cdot M \cdot m \cdot M + 2^2 + 3 \cdot (m \cdot M + 2 \cdot H_\tau)^2}{m \cdot M \cdot (m \cdot M + 1) \cdot (m \cdot M + 2)}; \quad (5)$$

$S_p$  – регресійне середнє квадратичне відхилення, яке обчислюється за формулою:

$$S_p = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^M z_k^i - z_k^2}{m \cdot M - e}; \quad (6)$$

$H_\tau = \tau - t_u$ ;  $z_k^i = y_k^i - \varphi(t_j)$  – приріст коливань для  $k$ -го рівня в  $i$ -му періоді нового динамічного ряду, за яким обчислювався виправлений загальний тренд  $\varphi(t)$ ;  $y_k^i$  – відповідний рівень ряду;  $\varphi(t_j)$  – значення функції  $\varphi(t)$  для такого значення  $t_j$ , яке відповідає рівню ряду  $y_k^i$ ;  $i = \overline{1, m}$ ;  $k = \overline{1, M}$ .

Таким чином, майбутнє значення рівня динамічного ряду для часу  $t = \tau$  має з надійною імовірністю  $\gamma$  накриватись інтервалом

$$(y_\tau - t(n; \alpha) \cdot S_p \cdot \mu_\tau; y_\tau + t(n; \alpha) \cdot S_p \cdot \mu_\tau). \quad (7)$$

### Приклад

#### Постановка задачі

Вихідний ряд динаміки задано табл. 1.

Таблиця 1

Вихідний ряд динаміки

Час $t_k = k$	0	1	2	3	4
Рівні ряду, $y_k$	14,7211	15,7497	16,9836	15,7084	12,9701
Час $t_k = k$	5	6	7	8	9
Рівні ряду, $y_k$	10,9708	6,9571	3,0934	-0,4266	-1,5967
Час $t_k = k$	10	11	12	13	14
Рівні ряду, $y_k$	-3,3762	-1,7688	-1,0231	0,0159	0,9748
Час $t_k = k$	15	16	17	18	19
Рівні ряду, $y_k$	-1,1037	-1,4699	-5,7071	-9,9391	-13,4611
Час $t_k = k$	20	21	22	23	24
Рівні ряду, $y_k$	-15,7381	-17,4264	-19,3300	-18,1732	-18,0289
Час $t_k = k$	25	26	27	28	29
Рівні ряду, $y_k$	-16,0605	-15,0614	-16,3546	-17,9664	-21,283
Час $t_k = k$	30	31	32	33	34
Рівні ряду, $y_k$	-25,3754	-29,3811	-31,9349	-33,8429	-35,233
Час $t_k = k$	35	36	37	38	39
Рівні ряду, $y_k$	-35,2884	-34,1639	-32,1511	-31,2873	-33,0277
Час $t_k = k$	40	41	42	43	44
Рівні ряду, $y_k$	-34,1604	-38,0622	-41,7533	-46,5092	-49,3452

Для даного динамічного ряду необхідно виконати:

- а) точкові прогнози на час  $\tau = 45$  та  $\tau = 46$ ;
- б) інтервальний прогноз на час  $\tau = 45$  з надійністю  $\gamma = 0,95$ ;
- в) інтервальний прогноз на час  $\tau = 46$  з надійністю  $\gamma = 0,90$ .

Поставлене завдання слід реалізувати за таким планом.

1. Побудувати для заданого динамічного ряду кореляційне поле і за його візуальним аналізом обрати вид загального тренду  $\psi(t)$ .
2. За методом найменших квадратів обчислити параметри обраної функції  $\psi(t)$  і побудувати її графік на кореляційному полі.
3. За візуальним аналізом графіка функції  $\psi(t)$  на кореляційному полі визначити період  $T$  можливих коливань і кількість  $M$  рівнів ряду в одному періоді.
4. Обчислити максимально можливу кількість  $m = (N + 1)/M$  останніх періодів ряду динаміки і за їх даними формально перевірити наявність коливань з періодом  $T$  (числом  $M$ ) за методом знаків з надійністю  $\gamma = 0,95$ .
5. Якщо за результатами перевірки буде виявлено відсутність коливань, то закінчуємо дослідження з очевидним висновком: динамічний ряд не має періодичних коливань, що виключає можливість прогнозування даним методом. У протилежному випадку перейти до п. 6.
6. Створити новий часовий ряд, що містить максимально можливу кількість  $m$  періодів і, відповідно,  $m \cdot M$  рівнів від  $y_v$  до  $y_u$  вихідного ряду, заданого табл. 1.
7. Якщо  $v = 0$ ,  $u = N$  і новий ряд збігається з вихідним, то перейти до п. 9.
8. Для нового часового ряду знайти виправлений загальний тренд  $\varphi(t)$ .
9. Виконати вищезазначені точкові та інтервальні прогнози і зобразити їх графічно.
10. Зробити висновки.

#### Розв'язання задачі

1. За результатом візуального аналізу кореляційного поля (рис. 2) обираємо лінійну модель загального тренду  $\psi(t) = a + b \cdot t$ .

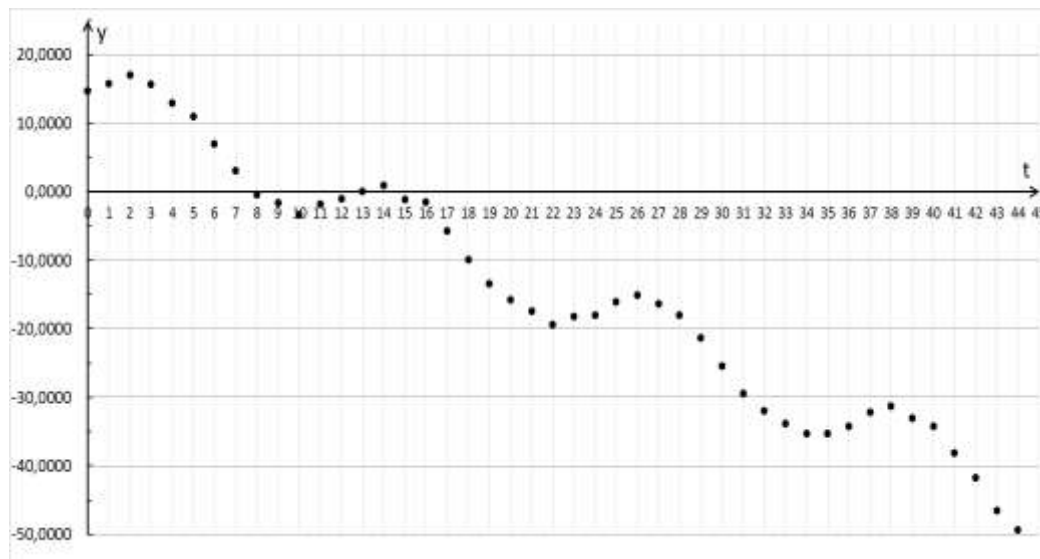


Рис. 2. Кореляційне поле вихідного часового ряду

2. За методом найменших квадратів обчислюємо значення  $a = 15,7516$  і  $b = -1,3712$ . Отримуємо загальний тренд  $\psi(t) = 15,7516 - 1,3712 \cdot t$ , графік якого на кореляційному полі зображено на рис. 3.

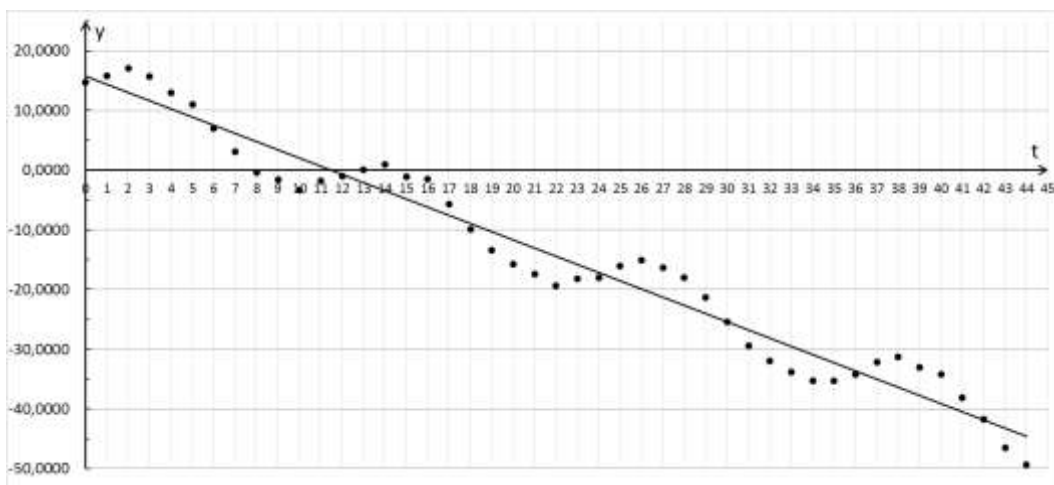


Рис. 3. Графік загального тренду  $\psi(t)$  на кореляційному полі

3. Із візуального аналізу рис. 3 можна зробити висновки:
- рівні  $y_i$  ряду динаміки мають значні відхилення від загального тренду;
  - є підстави висунути припущення про наявність періодичних коливань рівнів ряду з періодом  $T = 12$ , тобто один період містить  $M = 12$  рівнів ряду.
4. Обчислимо максимально можливу кількість періодів:

$$m = [(44 + 1)/12] = 3,$$

після чого відкидаємо перші  $N + 1 - m \cdot M = 44 + 1 - 3 \cdot 12 = 9$  рівнів ряду й обчислюємо прирости коливань [2]:

$$z_i = y_i - \psi(t_i)$$

для всіх рівнів ряду, що належать останнім трьом періодам ( $i = \overline{9, 44}$ ). Результати обчислень зручно оформити в табл. 2 (графи 2–4) з подвійною індексацією позначень приростів коливань.

За даними табл. 2 (графи 5–7) відповідно до методу знаків [2] знаходимо для кожної можливої пари періодів з номерами  $i$  та  $j$  кількість  $S(i; j)$  пар  $(z_k^i; z_k^j)$ , для яких знаки приростів коливань не збігаються і число  $S = \max_{i,j} \{S(i; j)\}$ :

$$S(1; 2) = 1; S(1; 3) = 1; S(2; 3) = 0; S = \max_{i,j} \{S(i; j)\}$$

За таблицею критичних значень  $s$ -критерію для  $M = 12$  і  $\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05$  (табл. 3) обчислюємо  $S_{кр} = S(M; \alpha) = S(12; 0,05) = 2$ . Оскільки  $S \leq S_{кр}$ , то з надійністю 95 % можна вважати, що заданий часовий ряд має періодичні коливання з періодом  $T = 12$ .

Таблиця 2

## Прирости коливань та їх знаки

$k$	Прирости коливань за один період			$sign z_k^i$		
	$z_k^1$	$z_k^2$	$z_k^3$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
	2	3	4	5	6	7
1	-5,0075	-4,3828	-4,3449	-	-	-
2	-5,4158	-4,9152	-4,3638	-	-	-
3	-2,4372	-2,3872	-3,0480	-	-	-
4	-0,3203	-0,8717	-0,5523	-	-	-
5	2,0899	2,4679	2,8317	+	+	+
6	4,4200	4,8382	5,0667	+	+	+
7	3,7127	4,9162	4,6975	+	+	+
8	4,7177	4,6756	4,9360	+	+	+
9	1,8517	2,7302	2,4054	+	+	+
10	-1,0091	0,0090	0,0855	-	+	+
11	-3,1599	-2,6255	-3,2992	-	-	-
12	-4,0657	-3,8081	-4,7640	-	-	-

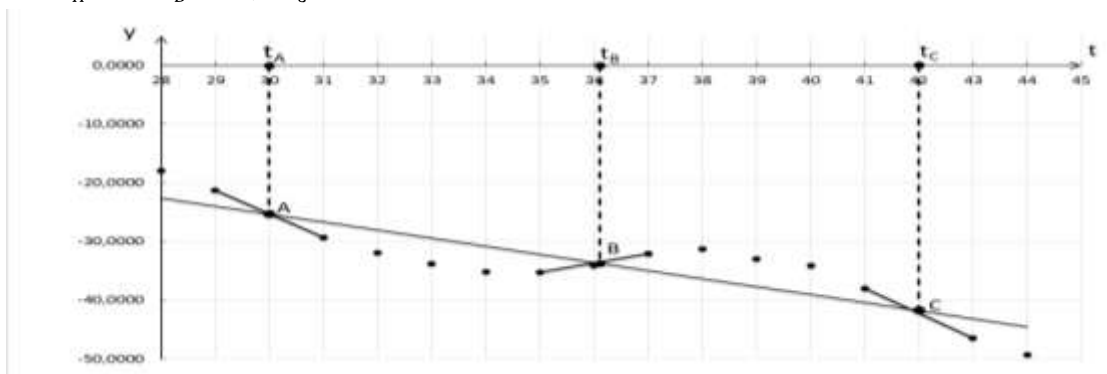
Таблиця 3

Критичні значення  $S(M; \alpha)$  критерію знаків

$M$	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$S(M; 0,05)$	0	0	0	1	1	1	2	2	3
$M$	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$S(M; 0,05)$	3	3	4	4	5	5	5	6	6

$M$  – кількість рівнів ряду в одному періоді,  $\alpha = 0,05$  – рівень значущості.

6. За прикінцевою частиною графіка загального тренду  $\psi(t)$  на кореляційному полі вихідного ряду динаміки (рис. 4) приблизно графічно знаходимо точки  $A, B, C$  та їх абсиси  $t_A \approx 30; t_B \approx 36,2; t_C \approx 42$ .

Рис. 4. Прикінцева частина графіка загального тренду  $\psi(t)$  на кореляційному полі

Після цього знаходимо номери  $u$  та  $v$  першого  $y_v$  й останнього  $y_u$  рівнів часового ряду:

$$Q = t_c + \frac{t_B - t_A}{2} = 42 + \frac{36,2 - 30}{2} = 45,1.$$

Оскільки  $N + 0,5 = 44 + 0,5 = 44,5 < 45,1 = Q$ , то  $u \approx \frac{t_c + t_B}{2} = \frac{42 + 36,2}{2} = 39,1 \approx 39$ ;  
 $v = u + 1 - m \cdot M = 39 + 1 - 3 \cdot 12 = 4$ .

Отже, новий часовий ряд утворюють пари  $(t_4 = 4; y_4), (t_5 = 5; y_5), \dots (t_{39} = 39; y_{39})$  вихідного ряду.

8. Для нового часового ряду обчислюємо за методом найменших квадратів параметри  $a$  і  $b$  виправленого загального тренду  $\varphi(t)$ :  $a = 14,4464$ ;  $b = -1,3205$ . Отримуємо  $\varphi(t) = 14,4464 - 1,3205 \cdot t$ . Оскільки відповідні параметри функцій  $\varphi(t)$  і  $\psi(t)$  відрізняються несуттєво, то немає необхідності повторно формально перевіряти наявність коливань для нового часового ряду і виправленого тренду  $\varphi(t)$  за методом знаків.

Таким чином, доходимо висновку, що новий часовий ряд з виправленим загальним трендом  $\varphi(t)$  має періодичні коливання з тим же періодом  $T = 12$ , що підтверджується візуальним аналізом графіка  $\varphi(t)$  на кореляційному полі нового ряду (рис. 5).

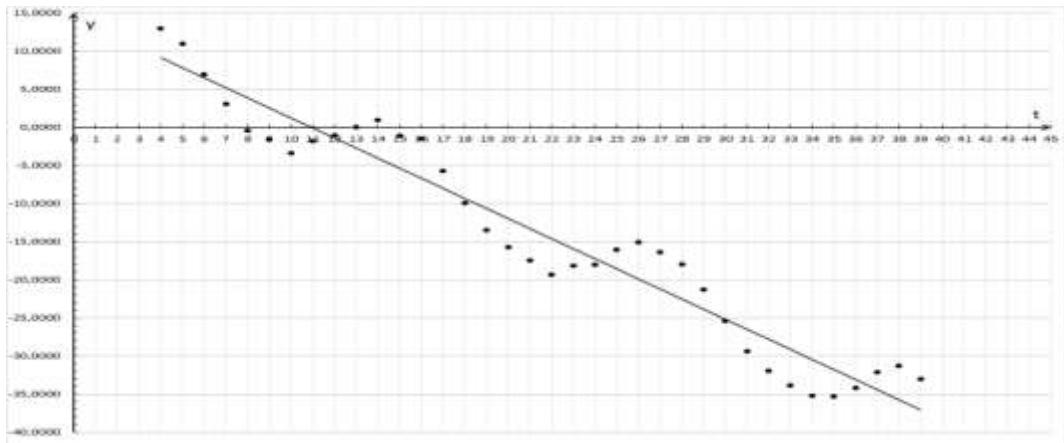


Рис. 5. Графік виправленого загального тренду на кореляційному полі нового ряду

9. Точкові прогнози на час  $t_{45} = 45$  і  $t_{46} = 46$  виконуємо шляхом екстраполяції виправленого загального тренду  $\varphi(t)$  з урахуванням наявних коливань за формулою (2). При цьому загальний приріст коливань  $z_k$  обчислюється за формулою [2]:

$$z_k = \frac{m}{i-1} \frac{z_k^i}{m}. \quad (8)$$

Очевидно, що часу  $t_{45}$  відповідає шостий рівень у майбутньому четвертому періоді  $y_6^4$  нового часового ряду:  $t_{45} - t_{39} = 45 - 39 = 6$  і, відповідно, загальний приріст коливань  $z_6$ , значення якого обчислюється за формулою (8).



---

При цьому

$$\begin{aligned}z_6^1 &= y_6^1 - \varphi(9) = -1,5967 - 14,4464 + 1,3205 \cdot 9 = -4,1586; \\z_6^2 &= y_6^2 - \varphi(21) = -17,4264 - 14,4464 + 1,3205 \cdot 21 = -4,1423; \\z_6^3 &= y_6^3 - \varphi(33) = -33,8429 - 14,4464 + 1,3205 \cdot 33 = -4,7128.\end{aligned}$$

Тоді

$$\begin{aligned}z_6 &= \frac{\sum_{i=1}^3 z_6^i}{3} = -4,3379, \\y_{45} &= \varphi(45) + z_6 = -44,9761 + (-4,3379) = -49,3140.\end{aligned}$$

Аналогічно обчислюємо точковий прогноз на час  $t_{46}$ :

$$y_{46} = \varphi(46) + z_7 = -46,2966 + (-4,7085) = -51,0051.$$

Для виконання інтервального прогнозу на час  $t_{45} = 45$  знаходимо за таблицею критичних точок розподілу Стюдента для двосторонньої критичної області (табл. 4) значення коефіцієнта довіри  $t(n; \alpha)$ :

$$\begin{aligned}n &= m \cdot M - e = 3 \cdot 12 - 2 = 34; \\ \alpha &= 1 - \gamma = 1 - 0,95 = 0,05; \\ t(34; 0,05) &= 2,035.\end{aligned}$$

За формулою (5) обчислюємо коефіцієнт прогнозу  $\mu_{45}$ :

$$\begin{aligned}H_{45} &= t_{45} - t_{39} = 45 - 39 = 6; \\ \mu_{45} &= \frac{3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 12 + 2^2 + 3 \cdot (3 \cdot 12 + 2 \cdot 6)^2}{3 \cdot 12 \cdot (3 \cdot 12 + 1) \cdot (3 \cdot 12 + 2)} \approx 1,0787.\end{aligned}$$

За формулою (6) обчислюємо регресійне середнє квадратичне відхилення:

$$S_p = \frac{\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^{12} z_k^i - z_k^2}{3 \cdot 12 - 2} \approx 0,4281.$$

За формулами (3) і (4) обчислюємо ліву  $y_{\text{л}}$  та праву  $y_{\text{п}}$  межі надійного інтервалу:

$$\begin{aligned}y_{\text{л}} &= -49,3140 - 2,035 \cdot 0,4281 \cdot 1,0787 \approx -50,2537; \\ y_{\text{п}} &= -49,3140 + 2,035 \cdot 0,4281 \cdot 1,0787 \approx -48,3743.\end{aligned}$$

Аналогічно виконуємо інтервальний прогноз на час  $t_{46} = 46$ :

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - \gamma = 1 - 0,90 = 0,10; \\ t(34; 0,10) &= 1,690; \\ H_{46} &= t_{46} - t_{39} = 46 - 39 = 7; \\ \mu_{46} &= \frac{3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 12 + 2^2 + 3 \cdot (3 \cdot 12 + 2 \cdot 7)^2}{3 \cdot 12 \cdot (3 \cdot 12 + 1) \cdot (3 \cdot 12 + 2)} \approx 1,0841. \\ y_{\text{л}} &= -51,0051 - 1,69 \cdot 0,4281 \cdot 1,0841 \approx -51,7894; \\ y_{\text{п}} &= -51,0051 + 1,69 \cdot 0,4281 \cdot 1,0841 \approx -50,2208.\end{aligned}$$

**Критичні точки розподілу Стьюдента  $t(n; \alpha)$   
для двосторонньої критичної області**

$n \backslash \alpha$	0,10	0,05
3	2,35	3,18
4	2,13	2,78
5	2,01	2,57
6	1,94	2,45
7	1,89	2,36
8	1,86	2,31
9	1,83	2,26
10	1,81	2,23
11	1,80	2,20
12	1,78	2,18
14	1,76	2,14
16	1,75	2,12
18	1,73	2,10
20	1,73	2,09
22	1,72	2,07
24	1,71	2,06
28	1,70	2,05
40	1,68	2,02
60	1,67	2,00
120	1,66	1,98
$\infty$	1,64	1,96

$n$  – кількість ступенів вільності;  $\alpha$  – рівень значущості.

Будуємо у збільшеному масштабі графіки точкового та інтервального прогнозів на час  $t_{45} = 45$  і  $t_{46} = 46$  (рис. 6).

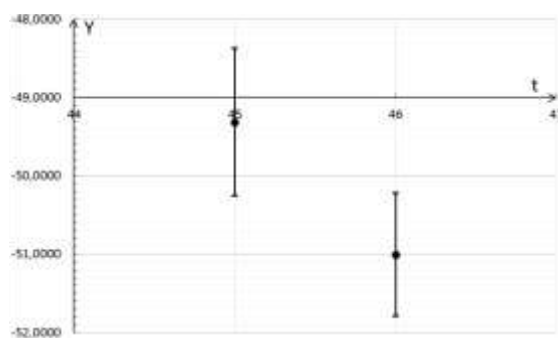


Рис. 6. Точкові та інтервальні прогнози на час  $t_{45} = 45$  і  $t_{46} = 46$

10. За результатами проведеного дослідження можна очікувати, що значення ознаки  $Y$  мають перебувати в межах:

- а) від  $-50,2537$  до  $-48,3743$  з надійністю  $\gamma = 0,95$  на час  $t_{45} = 45$ ;

---

б) від  $-51,7894$  до  $-50,2208$  з надійністю  $\gamma = 0,90$  на час  $t_{46} = 46$ , якщо для часу  $t > t_{44} = 44$  не зміниться вид і характер загального тренду ряду динаміки та характер коливань його рівнів.

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.** Подана в статті методика виконання точкових та інтервальних прогнозів для рядів динаміки за наявності періодичних коливань їх рівнів може використовуватись у практичній діяльності статистичних установ, а також у навчальному процесі для студентів вищих навчальних закладів.

Важливою перевагою розробленої методики є можливість її застосування для динамічних рядів з довільним видом загального тренду і довільними значеннями рівнів ряду.

У подальшому планується розробка методики аналогічних досліджень з використанням перших гармонік тригонометричного ряду Фур'є як механізму врахування періодичних коливань динамічних рядів.

#### Список використаних джерел:

1. Захожай В. Б. Статистика : підручник [для студ. вищ. навч. закл.] / В. Б. Захожай, І. І. Попов. – К. : МАУП, 2006. – 536 с.
2. Россочинський В. М. Виявлення коливань у часових рядах / В. М. Россочинський, О. М. Щитов, Н. Г. Навроцька // Вісник Академії митної служби України. Серія: “Технічні науки”. – Дніпропетровськ. – 2011. – № 2 (46). – С. 114–120.
3. Вишневецька Л. І. Митна статистика : навчальний посібник [для студ. вищ. навч. закл.] / Вишневецька Л. І. – К. : Професіонал, 2008. – 352 с.

