

## ASPECTS OF MULTI-CRITERION SELECTION OF ADMINISTRATIVE DECISIONS

## ПИТАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ВИБОРУ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

**Mormul M. F. / Мормуль М. Ф.***c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-8036-3236

University of Customs and Finance,

Dnipro, Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000

Університет митної справи та фінансів,

Дніпро, Володимира Вернадського 2/4, 49000

**Shchytyov D. M. / Щитов Д. М.***c.e.s., as.prof. / к.ек.н.*

ORCID: 0000-0003-4306-8016

Dnipro Faculty of Management and Business of Kyiv University of Culture,

Dnipro, Mykhailo Hrushevskiy 9, 49000

Дніпровський факультет менеджменту та бізнесу Київського університету культури,

Дніпро, Михайла Грушевського 9, 49000

**Shchytyov O. M. / Щитов О. М.***c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-1435-2918

EES-Lyceum No. 100, Dnipro, Uspenska 1, 49000

НВК-Ліцей № 100, Дніпро, Успенська 1, 49000

**Rudyanova T. M. / Рудянова Т. М.***c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.*

ORCID: 0000-0002-8685-4132

University of Customs and Finance,

Dnipro, Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000

Університет митної справи та фінансів,

Дніпро, Володимира Вернадського 2/4, 49000

**Анотація.** Розглянуто основні проблеми багатокритеріального вибору управлінських рішень в економічних, управлінських та технічних системах. Приведена практична реалізація багатокритеріального вибору альтернатив для оцінки ефективності роботи підприємств з використанням експертних оцінок.

**Ключові слова:** векторна оптимізація, багатокритеріальний вибір альтернатив, експертні оцінки.

Ефективна діяльність складної соціально-економічної або технічної системи залежить від оптимального вибору багатьох критеріїв (показників). Такі задачі багатокритеріальної оптимізації, в яких необхідно знаходити ефективні управлінські рішення, зустрічаються часто в економіці, управлінні та техніці. І тому важливе значення має розробка моделей, методів та алгоритмів розв'язання векторних задач оптимізації та багатокритеріального вибору альтернатив.

Проблемі багатокритеріальної оптимізації та вибору альтернатив присвячено недостатньо наукових робіт. Недостатньо розглянуто соціально-економічних задач з врахуванням багатокритеріальності і специфіки їх розв'язання. Крім того, в цих задачах для якісних критеріїв треба використовувати експертні оцінки, що практично не робилось.

Загальний вигляд задачі багатокритеріальної оптимізації:

$$\begin{aligned} \bar{f}(\bar{X}) = (f_1(\bar{X}), f_2(\bar{X}), \dots, f_n(\bar{X})) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{opt} \quad \text{нпу} \quad f_i(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{extr}, \quad i = \overline{1, n}; \\ D = \{\bar{X} : g_j(\bar{X}) \geq 0, \quad (j = \overline{1, m})\}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\bar{X}$  – вектор керованих параметрів системи, які змінюються у певних межах і характеризують різні сторони системи;  $D$  – множина допустимих розв’язків (варіантів) системи, що задає область змінювання параметрів системи, що оптимізуються;  $f_i(\bar{X})$ ,  $(i = \overline{1, n})$  – показники ефективності (критерії якості) системи,  $n$  – кількість критеріїв,  $extr$  – найкращий (екстремум), тобто максимум або мінімум критерію якості;  $\bar{f}(\bar{X})$  – векторний критерій,  $opt$  – оптимізаційний оператор, який означає сукупність вимог до системи з усіх критеріїв якості,  $g_j(\bar{X}) \geq 0$ ,  $(j = \overline{1, m})$  – обмеження задачі.

Розв’язання задачі багатокритеріальної оптимізації полягає у виборі з множини допустимих розв’язків  $D$  такого розв’язку  $\bar{X}^*$ , на якому критерії  $f_i(\bar{X}^*)$ ,  $(i = \overline{1, n})$  набувають якомога кращих значень. Не змінюючи загальності, критерії будемо максимізувати ( $extr = max$ ), оскільки  $\min_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X}) = -\max_{\bar{X} \in D} (-f_i(\bar{X}))$ .

Розглянемо приклади задач багатокритеріальної оптимізації: транспортна задача (критерії – вартість, час); розподіл робіт між виконавцями (критерії – час, вартість, продуктивність, якість); планування діяльності фірми (критерії – витрати на рекламу, частка ринку, обсяг продажу); інвестування (критерії – очікуваний дохід, дисперсія доходу); ліквідація наслідків надзвичайної ситуації (критерії соціально-економічного та економіко-фінансового змісту); вибір об’єктів капіталовкладень (соціальні, економічні, технічні критерії підприємств) тощо.

При прийнятті управлінських рішень розглядаються наступні етапи: діагноз проблеми, формулювання обмежень та критеріїв, виявлення альтернатив, оцінка альтернатив, вибір альтернативи. При побудові багатокритеріальних моделей прийняття рішень повинно враховуватись наступне: особа, що приймає рішення (ОПР) структурує та уточнює модель; модель повинна бути логічно несуперечлива, давати можливість використовувати інформацію від ОПР, бути простою і зручною (хоча б не дуже громіздкою) для аналізу і використання ОПР. Критеріями приймають такі показники, що характеризують ступень досягнення поставленої мети; є загальними і вимірними для всіх припустимих рішень; характеризують загальну цінність рішень таким чином, що по ним бажають отримувати найкращі оцінки. Критерії, що застосовуються в задачах багатокритеріальної оптимізації при виборі альтернатив, повинні мати низку властивостей: повноту (критерії мають забезпечувати адекватну оцінку об’єкта експертизи чи ступеня досягнення мети); чіткість (критерії повинні мати зрозуміле для ОПР формулювання, ясний і однозначний зміст); операційність (сприяти прийняттю ефективних рішень, тобто характеризувати основні аспекти ситуації та бути доступними для отримання оцінок для кожного об’єкта по кожному з критеріїв); групування (ОПР зручно працювати з невеликою кількістю

критеріїв, якщо критеріїв багато, то їх поділяють на групи); неповторність (критерії не повинні дублюватися); мінімальний розмір (до набору критеріїв включають тільки ті, без яких оцінка ситуації неможлива); вимірність (кожен критерій має допускати можливість кількісної або якісної оцінки). ОПР повинна приймати несуперечливі та транзитивні рішення при порівнянні альтернатив.

Значна роль при розв'язанні багатокритеріальних задач належить оціночним системам, які включають такі складові: критерії, що характеризують об'єкт або мету; оцінку порівняльної важливості критеріїв; шкалу для оцінки проектів по критеріям; формування принципу вибору. Оцінка об'єктів та ступені досягнення мети можуть бути виміряні тільки за допомогою спеціальних критеріїв, що відповідають даній моделі, як кількісних, так і якісних. Якісні критерії, наприклад: імідж фірми, ступень ризику, конкурентоспроможність, ресурсозбереження, екологічна безпека, соціальна значущість проекту та об'єктивні критерії, що відносяться до майбутніх періодів, можуть бути виміряні тільки суб'єктивно. Тому важливим етапом є проведення процесу експертного оцінювання. Для якісних критеріїв дуже суттєвим є вибір шкали виміру. Можна виділити наступні види шкал. 1) Шкала порядку або рангова шкала (упорядкована або ранжована послідовність об'єктів відповідно до зменшення їх значущості з визначенням рангу об'єкта). 2) Бальна шкала відмінностей (визначає, наскільки показник одного об'єкту відрізняється від іншого). 3) Бальна шкала відносин (показує, у скільки разів показник по одному об'єкту відрізняється від іншого). 4) Шкала попарного порівняння (визначає перевагу одного об'єкта над іншим у кожній парі). 5) Вербально-числові шкали (шкала відповідностей словесних оцінок числовим). Поширеною є шкала Харінгтона (таблиця 1).

**Таблиця 1 – Шкала Харінгтона**

№ з/п	Змістовний опис градацій	Числові інтервали
1	Надвисока	0,8 – 1,0
2	Висока	0,63 – 0,8
3	Середня	0,37 – 0,63
4	Низька	0,2 – 0,37
5	Надзвичайно низька	0 – 0,2

Джерело: [3, с. 15-16].

При оцінці об'єктів та ступеня досягнення мети прийняття управлінських рішень по критеріям, що допускають лише суб'єктивну оцінку експертів та ОПР, важливі розробка та використання спеціальних шкал, що виражають специфіку критеріїв, груп об'єктів, мети при прийнятті управлінського рішення. Формування вербально-числової шкали можна розбити на два етапи: вибір градацій (поділ) шкали, визначення числових значень градацій шкали. Змістовні інтерпретації набору градацій повинні бути зрозумілими, логічними і прийматися усіма експертами, що приймають участь у виробці управлінських рішень.

За багатокритеріальної оптимізації виникають три основні проблеми. Перша проблема пов'язана з вибором принципу оптимальності, який дає відповідь на запитання: в якому сенсі оптимальна альтернатива (розв'язок) краще за всі інші допустимі розв'язки. Сукупність показників якості системи доводиться порівнювати на основі деякої схеми компромісу, що відповідає методам розв'язку багатокритеріальних задач. Друга проблема пов'язана з нормалізацією векторного критерію ефективності  $\bar{f}(\bar{X}) = \{f_1(\bar{X}), \dots, f_n(\bar{X})\}$ . Оскільки дуже часто локальні критерії якості системи мають різні масштаби виміру, і їх порівняння стає важким або навіть неможливим, доводиться зводити критерії до одного масштабу виміру, тобто нормалізувати їх (зазвичай зводити до безрозмірних величин). Третя проблема пов'язана з урахуванням пріоритету (ступеня важливості) частинних критеріїв, для чого вводиться вектор розподілу важливості (пріоритету) критеріїв  $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , за допомогою якого корегується принцип оптимальності і підсилюється або ослаблюється роль відповідного критерію  $(\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1)$ . Усі ці труднощі мають не обчислювальний, а концептуальний характер, тому при розв'язку цих проблем повинна брати участь ОПР. Задача векторної оптимізації (1) зводиться до скалярної задачі:  $F(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{extr}$ , де  $F(\bar{X})$  – інтегральний критерій якості (узагальнена функція мети), який є інтеграцією усіх показників якості системи (об'єкту, мети)  $f_i(\bar{X})$ ,  $(i = \overline{1, n})$ . Цю функцію отримують у чіткому вигляді – шляхом завдання математичної формули, яка відповідає заданому принципу оптимальності, або в нечіткому вигляді – шляхом побудови алгоритму, що реалізує задану схему компромісу. Класифікація та опис методів багатокритеріальної оптимізації наводились, наприклад, у роботі [1, с. 61-62], де зазначались різні групи методів векторної оптимізації, типи згорток до узагальненої інтегральної функції мети, а також алгоритми побудови неявної інтегральної функції мети. Ці методи зводяться до одного або багатьох разів розв'язання скалярних екстремальних задач математичного програмування, які можуть бути в залежності від математичної моделі: лінійними, цілочисловими, бульовими, дискретними, нелінійними тощо. Такі моделі можуть бути досить складними: багатопараметричними, багатокритеріальними та багатоекстремальними. Розв'язання цих задач залежить від ефективного алгоритму побудови узагальненого критерію та алгоритмів і програм розв'язання скалярних екстремальних задач. Розв'язок задачі (1) знаходиться серед ефективних розв'язків за Перето. Вектор  $\bar{X}^* \in D$  є ефективним розв'язком задачі (1), якщо не існує такого вектору  $\bar{X} \in D$ , що  $f_i(\bar{X}) \geq f_i(\bar{X}^*)$ ,  $(i = \overline{1, n})$ , причому хоча б для одного значення  $i$  має місце строга нерівність. Область Парето – це є множина допустимих розв'язків, для яких неможливо одночасно покращити усі показники (тобто покращити хоча б один з них, не погіршуючи інших).

Під час прийняття управлінських рішень часто необхідно провести багатокритеріальний аналіз альтернатив, не використовуючи оптимізації

критеріїв, як задач математичного програмування. Ці задачі мають специфічний характер розв'язання. Припустимо, що задано  $n$  критеріїв ефективності функціонування системи:  $f_1, \dots, f_n$  та  $m$  альтернатив:  $A_1, \dots, A_m$  (стратегій, проектів тощо) при заданих зовнішніх умовах. Множина допустимих планів  $D$  є сукупність альтернатив:  $D = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ . Відомі (обчислені) значення всіх критеріїв для кожної з альтернатив:  $f_j(A_i) = f_{ij}$ . Домінуючі стратегії (альтернативи), тобто такі, для яких усі критерії приймають значення не гірші за інших значень критеріїв на відповідних альтернативах – зустрічаються дуже рідко. Тому доводиться застосовувати методи багатокритеріального вибору з певним принципом компромісу. Ці задачі інколи розв'язуються методами порівняння альтернатив та методами компенсації [2, с. 88], які мають ряд недоліків, наприклад, не враховують важливість критеріїв. Використання формальних методів істотно підвищує якість прийняття рішень. Розглянемо ряд методів багатокритеріального вибору альтернатив для практичної задачі – оцінки ефективності функціонування системи. Але спочатку розглянемо нормалізацію критеріїв ефективності, оскільки вони мають різні одиниці виміру, з метою їх зведення до єдиного безрозмірного масштабу виміру (якщо критерії є однорідними – мають однакові одиниці виміру, то їх необов'язково нормалізувати). Припускається, що перші  $l$  критеріїв  $f_j, (j = \overline{1, l})$  максимізуються, а решта  $(n - l)$  критеріїв  $f_j, (j = \overline{l+1, n})$  мінімізуються. Найчастіше використовують наступні види нормалізації: абсолютну, відносну і природну. Відповідно до принципу максимальної ефективності (критеріальні оцінки альтернатив мають позитивний інгредієнт) нормалізовані критерії визначаються наступним чином.

$$\text{Абсолютна нормалізація: } f_{ij}^0 = f_{ij} - f_j^{\min}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = f_j^{\max} - f_{ij}, j = \overline{l+1, n}. \quad (2)$$

$$\text{Відносна нормалізація: } f_{ij}^0 = \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = 1 - \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{l+1, n}. \quad (3)$$

Природна нормалізація:

$$f_{ij}^0 = \frac{f_{ij} - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = \frac{f_j^{\max} - f_{ij}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{l+1, n}. \quad (4)$$

$f_{ij}$  – значення  $j$ -го критерію для  $i$ -ї альтернативи,  $f_{ij} = f_j(A_i)$ ;  $f_j^{\max}, f_j^{\min}, (j = \overline{1, n})$  – максимальні та мінімальні значення критеріїв для всіх альтернатив:

$$f_j^{\max} = \max_i f_{ij}; \quad f_j^{\min} = \min_i f_{ij}, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Відповідно до принципу мінімальної втрати (критеріальні оцінки альтернатив мають негативний інгредієнт) нормалізовані критерії визначаються наступним чином.

$$\text{Абсолютна нормалізація: } f_{ij}^0 = f_j^{\max} - f_{ij}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = f_{ij} - f_j^{\min}, j = \overline{l+1, n}. \quad (6)$$

$$\text{Відносна нормалізація: } f_{ij}^0 = 1 - \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = \frac{f_{ij}}{f_j^{\max}}, j = \overline{l+1, n}. \quad (7)$$

$$\text{Природна нормалізація: } f_{ij}^0 = \frac{f_j^{\max} - f_{ij}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{1, l}; \quad f_{ij}^0 = \frac{f_{ij} - f_j^{\min}}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}, j = \overline{l+1, n}. \quad (8)$$

Нормалізація за формулами (8) є нормалізацією Севіджа. Абсолютна нормалізація зберігає одиниці вимірювання у критеріях. Відносна нормалізація має недолік у тому, що суттєво залежить від максимально можливого рівня критеріїв, що визначаються умовами задачі. Якщо ОПР визначає (суб'єктивно) рівні «ідеальної» якості альтернатив, задаючи фіксовані величини  $f_j^0$ , ( $j = \overline{1, n}$ ), то у формулах (3), (7) покладають замість  $f_j^{\max}$  значення  $f_j^0$ , ( $j = \overline{1, n}$ ). Суттєвим недоліком цього методу нормалізації є складність і суб'єктивність щодо визначення величин  $f_j^0$ , ( $j = \overline{1, n}$ ). Це призводить до суб'єктивних нормалізованих оцінок якостей стратегій. Нормалізовані згідно з природною нормалізацією елементи  $f_{ij}^0$  приймають свої значення з проміжку  $[0; 1]$  і є безрозмірними, що й зумовлює їх широке використання. Розглянемо ряд методів багатокритеріального вибору альтернатив [2].

1. Метод рівномірної оптимальності.

$$F(A^*) = \max_i \sum_{j=1}^n f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i), \quad i = \overline{1, m}; \quad F_i = \sum_{j=1}^n f_{ij}^0,$$

$A^*$  – найкраща альтернатива.

2. Метод справедливого компромісу.

$$F(A^*) = \max_i \prod_{j=1}^n f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i), \quad i = \overline{1, m}; \quad F_i = \prod_{j=1}^n f_{ij}^0.$$

3. Метод вагової згортки критеріїв.

$$F(A^*) = \max_i \sum_{j=1}^n \alpha_j f_{ij}^0 \text{ або } F(A^*) = \max_i F_i(A_i); \quad F_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j f_{ij}^0,$$

де  $\alpha_j$  – вагові коефіцієнти критеріїв ( $\sum_{i=1}^n \alpha_j = 1$ ). Ці коефіцієнти або отримують експерти в результаті проведення експертизи одним із методів, або їх визначає ОПР. Якщо змінювати пріоритети критеріїв, то буде, взагалі кажучи, змінюватись і порядок ранжованих альтернатив.

4. Метод ідеальної точки (гарантованого результату або рівномірного стиснення).

$$F(A^*) = \min_i \max_j [\max_i f_{ij}^0 - f_{ij}^0] \text{ або } F(A^*) = \min_i \max_j [f_j^{0\max} - f_{ij}^0], \text{ де } f_j^{0\max} = \max_i f_{ij}^0.$$

Цей метод відповідає принципу Севіджа. Максимальні значення критеріїв  $f_j^{0\max} = 1$ . Матриця відхилень значень критеріїв від найкращих значень (аналог матриці ризику) має вигляд:

$$R = (r_{ij})_{mn}, \text{ де } r_{ij} = f_j^{0\max} - f_{ij}^0, \quad (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}).$$

5. Метод досягання недосяжного результату.

$$F(A^*) = \min_i \sqrt{\sum_{j=1}^n [\max_i f_{ij}^0 - f_{ij}^0]^2} \text{ або } F(A^*) = \min_i \sqrt{\sum_{j=1}^n [f_j^{0\max} - f_{ij}^0]^2}, \text{ де } f_j^{0\max} = \max_i f_{ij}^0.$$

Використовують й інші методи при багатокритеріальному виборі альтернатив: метод головного критерію, лексикографічного упорядкування критеріїв, послідовних поступок, використання контрольних показників і таке інше.

**Висновки.**

Ефективності роботи підприємств достатньо суттєво залежать від використання методу багатокритеріального вибору альтернатив. Для різних соціально-економічних і технічних моделей треба обґрунтувати застосування принципу оптимальності і відповідного метода. Результати залежать також від повноти критеріїв ефективності, вагових коефіцієнтів кожного критерію, вагових коефіцієнтів компетентності експертів при наявності якісних критеріїв та методики проведення експертизи при отриманні кількісних значень для якісних показників. Приведена методика ефективно була реалізована на Excel. В перспективі необхідно використовувати дану методику для різних реальних соціально-економічних багатокритеріальних моделей з обґрунтуванням використання того або іншого методу, застосовувати експертні методи при наявності якісних критеріїв також з обґрунтуванням доцільності того чи іншого методу, шкал критеріїв, коефіцієнтів ваги критеріїв та компетентності експертів в залежності від специфіки моделі та можливостей експертів, визначати узгодженість думок експертів. Необхідно розробити комплекс програм для реалізації даної методики. В перспективі також необхідно розглядати багатокритеріальні задачі прийняття рішень не тільки в умовах визначеності але і в умовах ризику та невизначеності. Розроблену методику багатокритеріального вибору альтернатив ефективно можна використовувати у виробництві, маркетингу, аналізі та аудиті, фінансах, інвестиціях, митній справі, управлінні персоналу, при плануванні та керуванні різними організаційними та автоматизованими системами (заводами, виробництвами, торговими комплексами, корпоративними системами, фірмами, системами транспорту і зв'язку, екологічними системами і т. ін.), виборі перспективних проектів, об'єктів капіталовкладень, при оцінюванні ефективності діяльності систем (підприємств, фірм, робітників, техніки), якості продукції, рівня технічної досконалості пристроїв, устаткування, верстатів тощо з метою прийняття ефективних управлінських рішень при керуванні соціально-економічними та технічними системами для максимального забезпечення економічної безпеки держави.

**Література:**

1. Мормуль М. Ф., Щитов Д. М. Багатокритеріальна оптимізація та вибір альтернатив під час прийняття управлінських рішень // Вісник АМСУ. – 2005. – № 3. – С. 58-64.
2. Мормуль М. Ф., Буланова Н. С., Франко Н. В., Щитов О. М. Прийняття управлінських рішень щодо оцінки ефективності роботи систем за допомогою багатокритеріальної оптимізації // Вісник АМСУ. – 2005. – № 4. – С. 84-90.
3. Зіатдінов Ю. К., Воронін А. М. Багатокритеріальна оцінка проблемних ситуацій // Проблеми інформатизації та управління. – 2022. – № 3(71). – С. 12-16.

Тези відправлені: 13.05.2023 р.

© Мормуль М. Ф.