

А. М. Пасічник, доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри транспортних систем
та технологій Академії митної служби України
В. В. Кутирєв, головний державний інспектор
Східної митниці
К. М. Бугерко, курсант кафедри транспортних
систем та технологій Академії митної служби України

РОЗРАХУНОК МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ ВАНТАЖІВ У ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ ШЛЯХОМ ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ ФОРДА–ФАЛКЕРСОНА

Розглянуто питання визначення найоптимальнішої кількості логістичних центрів на західній ділянці митного кордону України, визначено коефіцієнт оновлення вантажів у логістичних центрах і мінімальне остове дерево.

Ключові слова: логістичні оператори; пункти пропуску; митний кордон; вантаж; алгоритм Форда–Фалкерсона.

In article questions of definition of the most optimum number of the logistic centers in the Western area of customs border of Ukraine are considered, and also the coefficient of updating of freights on the logistic centers and the minimum ostovny tree is defined.

Key words: the logistical operators; check points; customs border; freight; Ford-Falkerson's algorithm.

Постановка проблеми. Стрімкий розвиток економічних і торговельних відносин між різними країнами світу зумовлює потребу переміщення значних обсягів вантажів протягом заданих термінів доставки. Тож актуальний пошук нових і вдосконалення наявних технологій функціонування транспортних систем із переміщення товарів від виробника до споживачів з найменшими витратами. Ефективним методом побудови оптимальних розв'язків таких транспортних задач є застосування теорії графів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомо, що теорія графів створює необхідну основу для виконання завдань із різних галузей: економіки, фізики, хімії, планово-виробничої практики, управління виробництвом, мережного і календарного планування, інформаційних мереж тощо [1; 2]. Якщо приписати кожній дузі орієнтованого графа потік певної речовини, граф стає зручною моделлю під час дослідження низки проблем з транспортуванням, зв'язком та іншими, пов'язаними з рухом товарів, інформацією та людьми. Задача пошуку потоку максимальної величини і вторинна до неї задача пошуку мінімального розрізу – це класичні комбінаторні задачі з численними науковими і практичними додатками [3; 4].

Теоретичні основи застосування теорії графів у прикладних дослідженнях викладено в низці наукових праць відомих учених: Р. Д. Басакера [2], К. Бержа [3], О. П. Буслаєва [4], Д. Дрю [5], Н. Кристофідеса [6], О. Оре [7], Ф. Харарі [8], Р. Вільсона [9], Д. Р. Фалкерсона, Л. Р. Форда [10].

Мета статті – знайти максимальний потік у транспортній мережі із застосуванням алгоритму Форда–Фалкерсона, здійснити системний аналіз кількості логістичних центрів на ділянках митного кордону України за умови мінімального каркасу пропускної спроможності системи.

© А. М. Пасічник, В. В. Кутирєв, К. М. Бугерко, 2014

Виклад основного матеріалу.

А. Визначення максимального транспортного потоку на польській ділянці митного кордону України на основі алгоритму Форда–Фалкерсона

Потік у транспортній мережі – невід’ємна функція, визначена на множині дуг, що відповідає умовам:

1) обмеження: потік будь-якою дугою мережі не перевершує пропускної спроможності цієї дуги;

2) збереження: сумарний потік, що заходить у будь-яку точку мережі (крім джерела та стоку), дорівнює сумарному потоку, що виходить із цієї точки.

Дуга мережі вважається насиченою, якщо потік цією дугою дорівнює її пропускній спроможності. Потік шляхом повний, коли насичена хоча б одна дуга шляху.

Розмір потоку становить сума значень цієї функції всіма вихідними дугами мережі (вихідні дуги мережі – це дуги, інцидентні до стоку). Поняття інцидентності використовується тільки щодо ребра й вершини: якщо v_1, v_2 – вершини, а $e = (v_1, v_2)$ – ребро, що їх з’єднує, тоді вершина v_1 і ребро e – інцидентні, вершина v_2 і ребро – також. Дві вершини (або два ребра) інцидентними бути не можуть [1].

Ідея алгоритму полягає в такому. Спочатку розмірові потоку надається значення 0: $f(u, v) = 0$ для всіх $u, v \in V$. Потім ця величина ітеративно збільшується за допомогою пошуку шляху від джерела s до стоку t , уздовж якого можна спрямувати більший потік. Процес повторюється, поки знайдеться шлях, котрий збільшить цей потік.

Неформальний опис

1. Обнулюємо всі потоки. Залишкова мережа спочатку збігається з вихідною.
2. У кінцевій мережі знаходимо будь-який шлях із джерела у стік. Якщо такого шляху немає, зупиняємося.

3. Спрямовуємо через знайдений шлях (збільшувальний шлях, або збільшувальний ланцюг) максимально можливий потік:

- на знайденому шляхові у кінцевій мережі шукаємо ребро з мінімальною пропускною спроможністю C_{\min} ;
- для кожного ребра на знайденому шляхові збільшуємо потік на C_{\min} , а на протилежному – зменшуємо на C_{\min} ;
- модифікуємо залишкову мережу. На знайденому шляхові обчислюємо нову пропускну спроможність усіх ребер, а також протилежних їм. Якщо вона стала ненульовою, додаємо ребро до залишкової мережі, якщо обнулилася – стираємо його [11];
- повертаємося до кроку 2.

Формальний опис

Дано граф $G(V, E)$ з пропускною спроможністю $c(u, v)$ і потоком $f(u, v) = 0$ для ребер з u в v . Необхідно знайти максимальний потік з джерела s у стік t . На кожному кроці алгоритму діють ті ж умови, що й для всіх потоків:

$$1) f(u, v) \leq c(u, v); \quad (1)$$

$$2) f(u, v) = -f(v, u); \quad (2)$$

$$3) \sum_v f(u, v) = \sum_u f(u, v) = f_{\text{out}}(u). \quad (3)$$

Для всіх вузлів u , крім s і t , потік не змінюється під час проходження через вузол. Залишкова мережа $Cf(V, E)$ – мережа з пропускною спроможністю $Cf(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$ і без потоку.

Вхід. Граф G із пропускною спроможністю C джерела s і стоку t .
 Вихід. Максимальний потік f із s в t :

$$1) f(u, v) \leftarrow 0, \text{ для всіх ребер } (u, v); \quad (4)$$

2) поки є шлях P із s в t в Cf , $Cf(u, v) > 0$, для всіх ребер $(u, v) \in P$;

3) знайти для кожного ребра $(u, v) \in P$:

$$f(u, v) \leftarrow f(u, v) + Cf(p) \quad (5)$$

$$f(v, u) \leftarrow f(v, u) - Cf(p). \quad (6)$$

Згідно із системним аналізом статистичних даних за лютий 2014 р. маємо запаси вантажів, увезених через пункти пропуску в режимі “Імпорт” і виготовлених на території Львівської обл., а також перевезених з інших регіонів України (табл. 1, 2) [12–14].

Таблиця 1

Запаси вантажів, перевезених через пункти пропуску в режимі “Імпорт”

Регіон	Площа (км ²)	Населення на 01.02.2014 р.	Обсяг експорту (тис. дол.)	Обсяг імпорту (тис. дол.)	Сальдо	Кількість надходжень (тис. т)
Львівська обл.	21 833	25 307 806	98 684,1	186 682,7	-87 998,6	1775,1

Таблиця 2

Запаси імпортованих вантажів через пункти пропуску польської ділянки митного кордону України

№ з/п	Назва пункту пропуску	Пункт пропуску на суміжній території	Категорія пункту пропуску, режим праці	Характер перевезень	Область/район	Імпортовано вантажів (тис. т)
1	Ягодин	Дорогуськ	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Волинська, Любомльський	398
2	Устилуг	Зосін	міжнародний, цілодобовий	пасажирський	Волинська	32
3	Рава-Руська	Хребенне	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Жовківський	91
4	Краківець	Корчова	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Яворівський	196
5	Шегині	Медика	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Мостиський	41
6	Смільниця	Кросьценко	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Старо-самбірський	33

На території Львівської обл. за лютий–березень 2014 р. було вироблено та поміщено в логістичні центри такий обсяг вантажів (табл. 3).

Таблиця 3

Кількість вантажів, вироблених і поміщених у логістичні центри

Різновиди промисловості	Вироблено (тис. т)
Хімічна	1108
Паливна	164
Харчова	114
Легка	24
Лісова	61
Промисловість будівельних матеріалів	53
Перевезено з інших областей	1775
Разом	3299

Відповідно до обраної математичної моделі процесу переміщення наведені запаси ($3299 + 791 = 4090$) розподіляємо за дугами напруженого графа так, як показано в табл. 4.

Таблиця 4

Розподіл вантажів за дугами напруженого графа

Назва пункту пропуску (контролю)	Обсяг вантажів (тис. т)
Ягодин	948
Устилуг	582
Рава-Руська	641
Краківець	746
Шегині	591
Смільниця	583

На території Львівської обл. розташовано 6 великих логістичних центрів, перероблювальну спроможність яких наведено в табл. 5.

Таблиця 5

Виробнича та потенційна перероблювальна спроможність логістичних центрів Львівської обл.

Логістичні центри	Виробнича перероблювана спроможність	Потенційна перероблювальна спроможність
“Рабен”	710	800
“Захід Ресурс”	960	1000
“Логістичний центр на окружній”	770	800
“УВК”	1340	1400
“Галицький логістичний центр”	920	1000
“Савсервіс”	1480	1500

Для доставки вантажів у логістичні центри слід виконати такі вимоги:
а) транспортні витрати:

$$\sum Q_i l_i \rightarrow \min; \quad (7)$$

б) рівний розподіл вантажопотоку:

$$\sum Q_{ii} \leq \sum Q_i; \quad (8)$$

$$\sum Q_i < \sum Q_j; \quad (9)$$

де Q_i – обсяг вантажів, які потрібно розмістити у логістичних центрах;

Q_j – обсяг вантажів, які можна розмістити у логістичних центрах;

l_i – відстань вантажоперевезень.

Створимо матрицю обмежень (табл. 6). У програмному забезпеченні (далі – ПЗ “Графоаналізатор”) вона матиме такий вигляд (рис. 1).

	А	Ягодин	Устатуг	Рева- Руська	Кравівець	Шегині	Смілянці	Рабен	В	Заліз. Ресурс	ЛЦ на окожній	УВК	Галицький ЛЦ	Савсервіс
А	0	948	582	641	746	591	583	0	0	0	0	0	0	0
Ягодин	948	0	0	0	0	0	0	116	0	158	158	158	158	200
Устатуг	582	0	0	0	0	0	0	85	0	90	100	127	90	90
Рева- Руська	641	0	0	0	0	0	0	96	0	105	105	110	95	120
Кравівець	746	0	0	0	0	0	0	120	0	105	121	140	120	140
Шегині	591	0	0	0	0	0	0	71	0	100	110	100	110	100
Смілянці	583	0	0	0	0	0	0	79	0	95	104	105	95	105
Рабен	0	116	85	96	120	71	79	0	710	0	0	0	0	0
В	0	0	0	0	0	0	0	710	0	960	770	1340	920	480
Заліз. Ресурс	0	158	90	105	105	100	95	0	960	0	0	0	0	0
ЛЦ на окожній	0	158	100	105	121	110	104	0	770	0	0	0	0	0
УВК	0	158	127	110	140	100	105	0	1340	0	0	0	0	0
Галицький ЛЦ	0	158	90	95	120	110	95	0	920	0	0	0	0	0
Савсервіс	0	200	90	120	140	100	105	0	1480	0	0	0	0	0

Рис. 1. Матриця обмежень у ПЗ “Графоаналізатор”

На основі матриці обмежень будемо напружений граф у ПЗ “Графоаналізатор” (рис. 2).

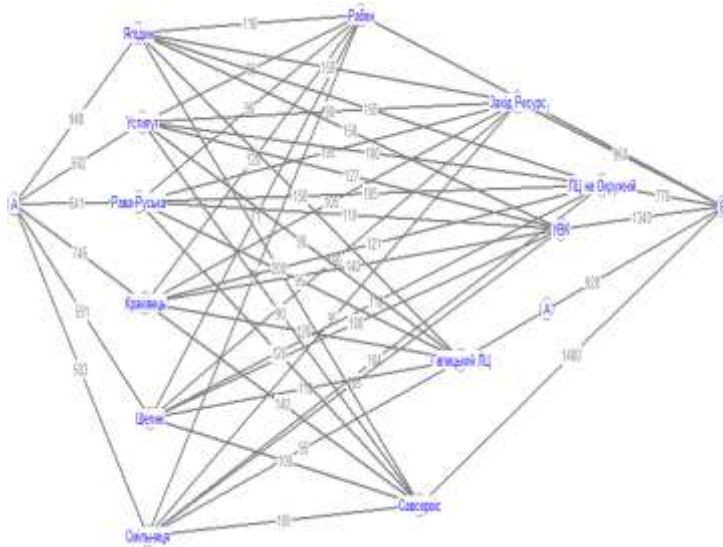


Рис. 2. Схема математичної моделі процесу переміщення вантажів між пунктами пропуску та логістичними центрами Львівської обл.

Графоаналізатор – програмний візуальний комплекс для роботи з графами (орієнтованими та простими, навантаженими і ненавантаженими) [15]. За допомогою цього комплексу можна створювати й обробляти графи, а також візуально зображати результати праці цілого ряду алгоритмів для обробки графів, починаючи від пошуку шляху і закінчуючи перевіркою на планарність. Графоаналізатор – це проект із відкритим вихідним кодом.

Таблиця 6

Матриця обмежень

Назва пункту пропуску / логістичні центри	“Рабень”	“Захід Ресурс”	“Логістичний центр на Окружній”	“УВК”	“Галицький логістичний центр”	“Савсервіс”
Ягодин	116	158	158	158	158	200
Устилуг	85	90	100	127	90	90
Рава-Руська	96	105	105	110	95	120
Краківець	120	105	121	140	120	140
Шегині	71	100	110	100	110	100
Смільниця	79	95	104	105	95	105

Загалом “Графоаналізатор” підтримує 17 алгоритмів для роботи з графом:

- пошук шляху;
- пошук мінімального шляху трьома способами;
- пошук ейлерових і гамільтонових маршрутів;
- визначення хроматичного числа;
- пошук мінімального остовного дерева;

$$\Phi_{\max} = 582 + 116 + 85 + 90 + 100 + 71 + 79 + 105 + 90 + 95 + 90 + 100 + 710 = 2313.$$

У даному випадку граф матиме такий вигляд (рис. 4).

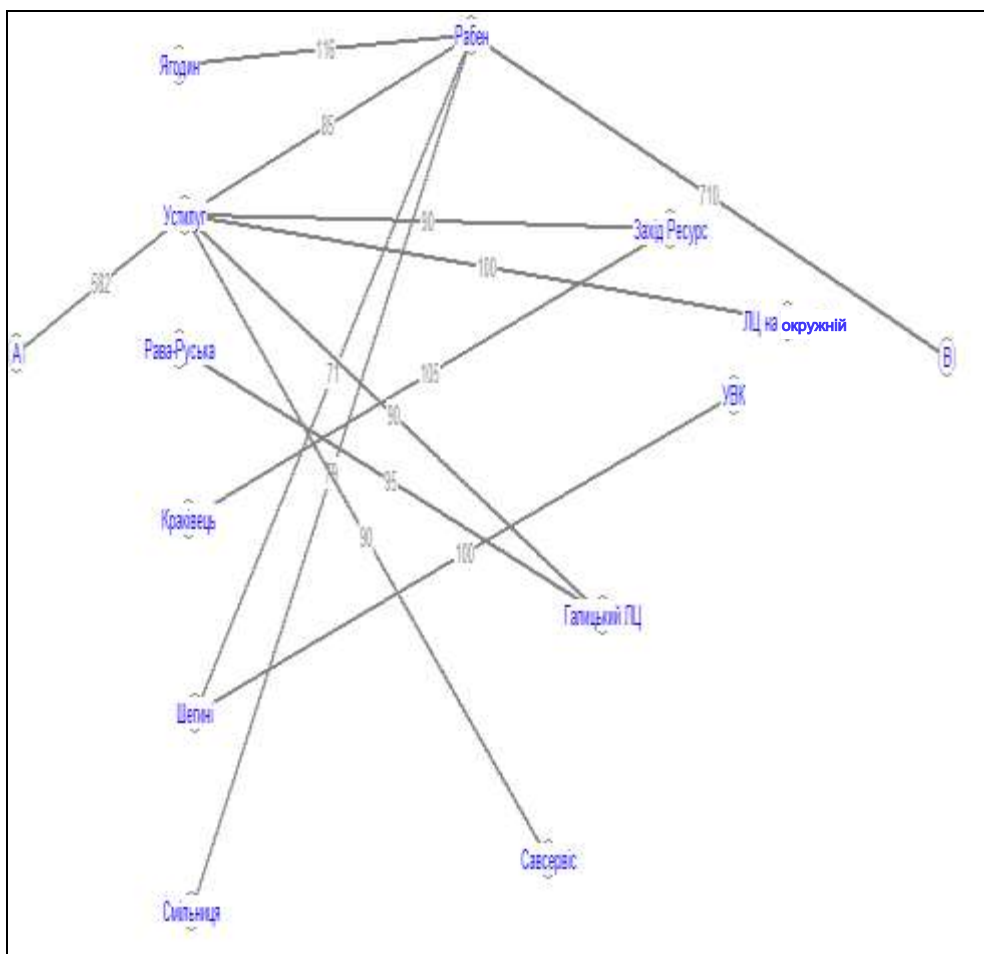


Рис. 4. Схема пропуску вантажів із мінімальним каркасом

Б. Дослідження максимального транспортного потоку Західного регіону України на ділянках кордону з Республікою Польща, Словацькою Республікою, Угорщиною та Румунією за допомогою алгоритму Форда–Фалкерсона

Проаналізуємо ситуацію в Західному регіоні України. Визначимо необхідну кількість логістичних центрів і коефіцієнт оновлення вантажів та з'ясуємо кількість вантажів, що не оновлюється, чи не перевищує вона заданих норм (25–30 %). Для цього проаналізуємо ділянки кордону з Республікою Польща, Словацькою Республікою, Угорщиною та Румунією. Через пункти пропуску цих ділянок імпортовано таку кількість вантажів (табл. 7).

**Запаси імпортованих вантажів через пункти пропуску на кордоні
з Республікою Польща, Словацькою Республікою,
Угорщиною та Румунією**

№ з/п	Назва пункту пропуску/ пункту контролю	Пункт пропуску на суміжній території	Категорія пункту пропуску, режим праці	Характер перевезень	Область/ район	Імпортовано вантажів (тис. т)
1	Ягодин	Дорогуськ	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Волинська, Любомльський	398
2	Устилуг	Зосін	міжнародний, цілодобовий	пасажирський	Волинська	32
3	Рава-Руська	Хребенне	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Жовківський	91
4	Краківець	Корчова	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Яворівський	196
5	Шегині	Медика	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Львівська, Мостиський	41
6	Смільниця	Кросьценко	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Старо-самбірський	33
7	Малий Березний	Убля	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Закарпатська, Велико-березнянський	31
8	Ужгород	Вишне-Немецьке	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Закарпатська, Ужгородський	294
9	Чоп	Захонь	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Закарпатська, Ужгородський	366
10	Лужанка	Берегшурань	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Закарпатська, Берегівський	27
11	Дякове	Халмеу	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Закарпатська, Закарпатський	31
12	Порубне	Сірет	міжнародний, цілодобовий	пасажирський, вантажний	Чернівецька, Глибоцький	242,1

Загалом імпортовано – 1782,1 тис. т вантажів.

У Західному регіоні України протягом лютого–березня 2014 р. було вироблено та поміщено в логістичні центри такий обсяг вантажів (табл. 8).

Кількість вантажів, вироблених та поміщених у логістичні центри

Різновиди промисловості	Вироблено, тис. т
Хімічна	5421
Паливна	723
Харчова	648
Легка	321
Лісова	476
Промисловість будівельних матеріалів	411
Перевезено з інших областей	3372
Разом	11 372

Отже, обсяг запасу вантажів становить $11\,372 + 1782 = 13\,154$ (тис. т). Розподілимо за дугами напруженого графа (табл. 9).

Розподіл вантажів за дугами напруженого графа

Назва пункту пропуску/ пункту контролю	Вантажів (тис. т)
Ягодин	1429
Устилуг	1063
Рава-Руська	1122
Краківець	1227
Шегині	672
Смільниця	864
Малий Березний	762
Ужгород	1325
Чоп	1397
Лужанка	1058
Дякове	962
Порубне	1273

Розглянемо логістичні центри цього регіону та їхню перероблювальну спроможність (табл. 10).

Обсяг вантажів, що надходить у логістичні центри, становить 13 154 тис. т, а виробнича перероблювальна спроможність – 13 310 тис. т, тож вантажі в логістичних центрах Західного регіону України оновлюються на 98,82 % за місяць роботи. Зважаючи на надходження з Республіки Польща та прилеглої території Львівської обл., цей показник зменшується до 68,31 % через те, що існує постійний запас на складах, який не перевищує норми (< 35 %), але все ж досить суттєво впливає на процес і динаміку переміщення вантажів у даному регіоні.

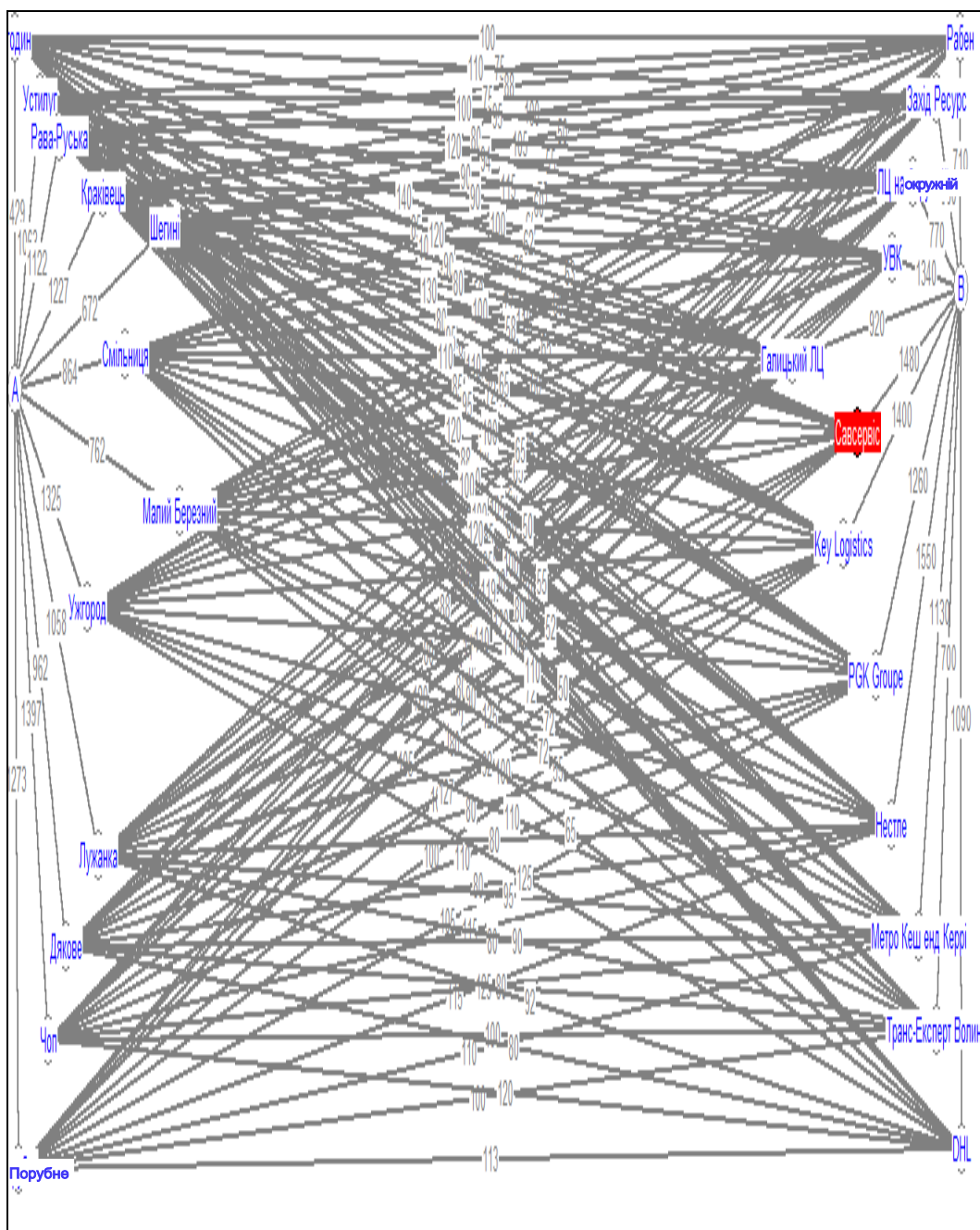


Рис. 6. Схема математичної моделі процесу переміщення вантажів з Польщі, Словачії, Угорщини, Румунії та логістичними центрами Західного регіону України

Знаходимо величину пропускної спроможності мінімального розрізу, яку наведено на рис. 7:

$$\varphi_{\max} = 672 + 100 + 50 + 75 + 55 + 60 + 60 + 95 + 50 + 80 + 58 + 100 + 65 + 58 + 55 + 80 + 52 + 72 + 55 + 100 + 50 + 700 = 2947 \text{ (тис. т)}.$$

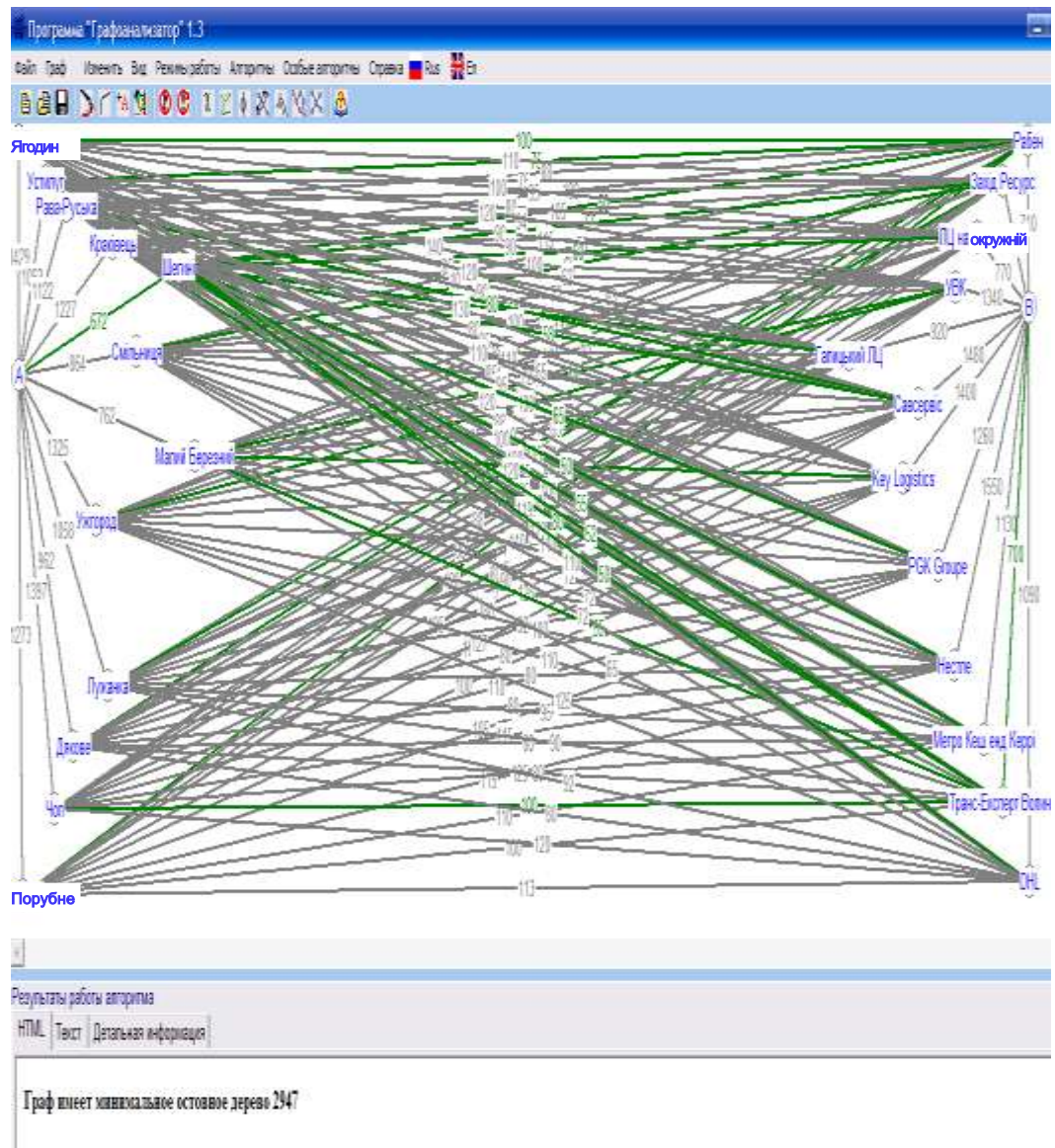


Рис. 7. Визначення мінімального остового дерева математичної моделі переміщення вантажів

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку. Застосування алгоритму Форда–Фалкерсона дає змогу визначити максимальний потік у транспортній мережі за ділянками кордону, проаналізувати переміщення вантажів регіонами та дослідити відсоток оновлення вантажів у логістичних центрах.

За допомогою ПЗ “Графоаналізатор” ми побудували математичну модель процесу переміщення вантажів від пунктів пропуску до логістичних центрів, розрахували їх розподіл у логістичних центрах і визначили відсоток оновлення запасу вантажів.

На кордоні з Республікою Польща простежується незначний застій вантажу в логістичних центрах, який коливається у межах норми 25–35 %, також з’ясовано мінімальне остове дерево (мінімальний каркас) – 2313 тис. т.

В усьому Західному регіоні України наявний досить великий відсоток оновлення (98,82 %). Це свідчить про те, що вантажі в логістичних центрах оновлюються майже на 100 %, до того ж з мінімальними запасами (1–2 %). Мінімальне остове дерево у цьому регіоні становить 2947 тис. т.

Отримані дані щодо мінімального каркасу на різних ділянках митного кордону України свідчать про те, що ці значення пропорційно залежать від коефіцієнта оновлення вантажу. Таким чином, значення мінімального остового дерева на всій ділянці Західного регіону України становить 2947 тис. т, що на 634 тис. т більше, ніж на ділянці митного кордону України з Республікою Польща.

Список використаних джерел:

1. Андрійчук В. І. Вступ до дискретної математики : навчальний посібник / Андрійчук В. І., Комарницький М. Я., Іщук Ю. Б. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – 254 с.
2. Басакер Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М. : Наука, 1974. – 368 с.
3. Берж К. Теория графов и её применения : пер. с фр. / Берж К. – М. : Иностранная литература, 1962. – 320 с.
4. Буслаев А. П. Моделирование потоков на графах. Теоретические и вычислительные аспекты / Буслаев А. П., Лебедев А. А., Яшина М. В. – Ч. 1. NODE-модель трафика. – М. : МАДИ, 2011. – 105 с.
5. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими / Дрю Д. – М. : Транспорт, 1972. – 424 с.
6. Кристофидес Н. Теория графов: алгоритмический поход / Кристофидес Н. – М. : Мир, 1978. – 430 с.
7. Оре О. Графы и их применение / Оре О. – М. : Мир, 1965.
8. Харари Ф. Теория графов / Харари Ф. – М. : Мир, 1973. – 300 с.
9. Уилсон Р. Введение в теорию графов / Уилсон Р. – М. : Мир, 1977. – 272 с.
10. Форд Л. Р. Потоки в сетях / Л. Р. Форд, Д. Р. Фалкерсон. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
11. Теория графов и её применение : сборник научных трудов / Институт математики им. С. Л. Соболева. – Новосибирск, 1996. – 106 с.
12. Головне управління статистики у м. Києві [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.gorstat.kiev.ua>
13. Державна фіскальна служба України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://minrd.gov.ua>
14. Головне управління статистики у Львівській області [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.lv.ukrstat.gov.ua>
15. Программы для компьютера – Монобит [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.monobit.ru/software/grafoanalizator>