УДК 347.734:510.6

А. М. Кобылин, кандидат технических наук,
доцент кафедры информационных технологий
Харьковского учебно-научного института
ГВУЗ “Университет банковского дела”
О. А. Кобылин, кандидат технических наук,
доцент кафедры информатики Харьковского
национального университета радиоэлектроники

КОНЦЕПЦИЯ ДОСТОВЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ЕЕ КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НА МОБИЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Для уменьшения неопределенности и повышения достоверности вычислений при проведении экономического анализа деятельности банков предложено использовать правила нестандартной интервальной математики. Программная реализация выполнена с использованием средств мобильной связи. Показана их эффективность в сравнении с результатами аналогичных вычислений, выполненных на основе классической интервальной математики.

Ключевые слова: *классическая интервальная математика; нестандартная интервальная математика; достоверные вычисления; экономический анализ банковской деятельности.*

Asked to reduce uncertainty and increase the reliability of the calculations when conducting economic analysis of banks use non-standard interval mathematics. Software implementation made with the use of mobile communication. Their efficiency in comparison with the results of similar calculations performed based on classical interval mathematics.

Key words: *classical interval mathematics; non-standard interval mathematics; reliable calculation; economic analysis of banking activities.*

Постановка проблемы. За время своего развития классическая математика накопила достаточно большой арсенал численных методов. Формулировались эти методы в терминах абстрактных математических объектов, важнейшим из которых было вещественное число. Однако попытки прямого применения таких методов всегда наталкивались на одну и ту же трудность: в практических вычислениях можно использовать только числа, имеющие представление в виде конечной цепочки цифр. Понятно, что не всякое вещественное число имеет подобное представление. Это относится как к исходным данным, так и к результатам численных вычислений. Следовательно, возникает проблема соотнесения вычисленного приближенного результата с истинным абстрактным решением поставленной задачи.

В настоящее время применяются два основных подхода к разрешению данной проблемы. Первый из них состоит в том, что вместо абстрактных математических объектов, таких как вещественные числа, векторы и матрицы, в качестве приближений используются объекты того же класса, но имеющие точное конечное представление. Чаще всего в такой роли выступают рациональные числа из некоторого конечного множества и составленные из них векторы и матрицы. При этом вычисление сопровождается ручным оцениванием погрешностей (то есть отклонений приближенных значений от точных) для каждой из входящих в вычисление операций.

Желание распространить описанный подход на решение численных задач с помощью компьютера привело к попыткам построить для каждого численного метода аналитическую зависимость погрешности результата от погрешностей исходных данных и округлений. Хотя на этом пути и были достигнуты определенные успехи, но в целом эти попытки не достигли намеченных целей. В качестве причин неудачи можно указать следующие:

• вычисления по формулам, связывающим погрешность исходных данных с погрешностью результата, сами неизбежно производятся с погрешностью;

• в них должны учитываться особенности системы команд того конкретного процессора, на котором будет происходить вычисление, что не позволяет применить эти формулы для любой платформы;

• в них невозможно учесть индивидуальную точность операндов – отсюда грубость оценки конечного результата и т. д.

Постепенно у критически настроенных исследователей все чаще стал возникать вопрос, вынесенный в заголовок обобщающей статьи немецкого математика проф. К. Никеля: “Can we trust the results of our computing?” (“Можем ли мы доверять результатам наших вычислений?”) [1]. Действительно, беспристрастный анализ традиционного подхода к численным вычислениям и соответствующего инструментария (алгоритмов, языков программирования и аппаратного обеспечения), проведенный специалистами в области вычислительной математики, привел к неутешительному выводу о том, что алгоритм, сформулированный в столь привычных нам терминах, попросту не доопределён и потому обладает непредсказуемыми свойствами. Таким образом, широкое использование компьютеров в вычислительной практике показало очевидную ограниченность первого подхода. По этой причине математиками стал разрабатываться другой, альтернативный, подход, получивший название интервального.

Суть данного подхода состоит в том, что неизвестное точное значение заменяется не единственным элементом того же класса, как при первом подходе, а конечно представимым множеством элементов, содержащим в себе этот неизвестный элемент. Название “интервальный” данный подход получил в связи с тем, что интервал, представляемый обычно парой рациональных чисел-границ, является простейшим видом конечно представимого множества, локализующего простейший абстрактный объект – вещественное число.

В рамках интервального подхода исходные данные и промежуточные результаты представляются граничными значениями, над которыми и производятся все операции. При этом сами операции (прежде всего арифметические) определяются таким образом, что результат соответствующей точной операции обязательно лежит внутри вычисляемых границ.

Анализ последних исследований и публикаций. Интервальный анализ как научное направление сформировался относительно недавно, в основном как метод автоматического контроля ошибок округления на ЭВМ, обусловленный тем, что во многих вычислительных задачах возникла потребность не только вычисления приближенных решений, но и гарантированных оценок их близости к точным решениям. Ценность интервальных решений заключается в том, что они в целом позволяют получать наиболее достоверные решения исходных задач, учитывающие возможные диапазоны изменения исходных и вычисляемых значений [2; 3]. В рамках интервального анализа интервальную неопределенность можно понимать как состояние неполного (частичного) знания о какой-либо величине, когда возможно лишь указание ее принадлежности к данному интервалу. Иными словами, можно обозначить лишь границы возможных значений рассматриваемой величины (либо пределы ее изменения), а ширина получающегося интервала является естественной мерой интервальной неопределенности (неоднозначности). Выполнение арифметических операций над величинами, имеющими интервальную неопределенность, приводит к интервальной неопределенности в ответе, интервал результата должен содержать все возможные результаты выполнения операции над элементами исходных интервалов. Это значит, что в результате интервальных вычислений получающийся интервал гарантированно содержит множество всевозможных ответов “точечных” задач, данные к которым содержались в исходных интервалах.

В настоящее время интервальная математика – это, прежде всего, основанный на интервальном подходе численный анализ [3–5]. Интервальный численный анализ включает в себя такие области, как линейная алгебра, решение разнообразных уравнений и систем уравнений, оптимизация и т. д., то есть по названиям разделов в основном дублирует традиционный численный анализ. Существуют, впрочем, и специфические разделы: например, большое количество работ посвящено методам вычисления рациональных интервальных функций. Некоторые задачи традиционного численного анализа имеют различные интервальные постановки.

Современные методы интервального анализа имеют достаточно развитые методы для решения большинства задач. Однако общий недостаток этих методов – широкие интервалы, в каких находятся оценки результата вычислений, что неприемлемо не только для применения практических расчетов. Для дальнейшего анализа данной модели возникает задача выбора схемы расчетов, которая уменьшала бы интервал полученного результата.

Цель статьи – проанализировать схемы расчетов на основе классической интервальной математики и нестандартной интервальной математики, представить концепцию программной реализации на устройстве мобильной связи для проведения экономического анализа деятельности банков, провести сравнение выбранной схемы расчета и узнать ее эффективность.

Изложение основного материала. Для выполнения операций с интервальными числами разработана система аксиом, которая обоснована в работах [6; 7]. Интервальное число A обозначают таким образом: $A=\left[\underline{a},\overline{a}\right]$, где $\underline{a}$ – левая граница интервала, $\overline{a}$ – правая граница интервала при условии, что $\underline{a}<\overline{a}$. Арифметические действия с интервальными числами выполняются в соответствии с такими правилами:

$$A+B = \left[\underline{a};\overline{a}\right]+\left[\underline{b};\overline{b}\right]=\left[\underline{a}+\underline{b};\overline{a}+\overline{b}\right]; \quad (1)$$

$$A-B = \left[\underline{a};\overline{a}\right]-\left[\underline{b};\overline{b}\right]=\left[\underline{a}-\overline{b};\overline{a}-\underline{b}\right]; \quad (2)$$

$$A*B = \left[\underline{a};\overline{a}\right]*\left[\underline{b};\overline{b}\right]=\left[\min\left\{\underline{a}\cdot\underline{b},\underline{a}\cdot\overline{b},\overline{a}\cdot\underline{b},\overline{a}\cdot\overline{b}\right\}, \max\left\{\underline{a}\cdot\underline{b},\underline{a}\cdot\overline{b},\overline{a}\cdot\underline{b},\overline{a}\cdot\overline{b}\right\}\right]; \quad (3)$$

$$A/B = \left[\underline{a};\overline{a}\right]/\left[\underline{b};\overline{b}\right]=\left[\underline{a},\overline{a}\right]*\left[1/\overline{b},1/\underline{b}\right]; \qquad 0\notin b. \quad (4)$$

Система правил (1)−(4) получила название системы правил классической интервальной математики. Применение этих правил для реализации экономических расчетов описано в роботах [8; 9]. На основе правил (1)−(4) создана линейка специализированных программных калькуляторов [9].

В работе [10] приведена структура, которая получила название системы правил нестандартной интервальной математики. Обозначим $M = \langle I(R), +, -, \times, /, +^-, -^-, \times^-, /^- \rangle$, где $I(R) = \{[a^-, a^+] \mid a^- \le a^+, a^-, a^+ \in R\}$ – множество действительных интервалов; $(+, -, \times, /)$ и $(+^-, -^-, \times^-, /^-)$ – стандартные и нестандартные интервальные операции сложения, вычитания, произведения и деления соответственно действительным интервалам.

Для программной реализации представим значения интервальных чисел A и B в форме центр-радиуса $A = \langle a, r_a \rangle$, $B = \langle b, r_b \rangle$, где

$$a = \frac{\underline{a} + \overline{a}}{2}, \quad r_a = \frac{\overline{a} - \underline{a}}{2}, b = \frac{\underline{b} + \overline{b}}{2}, \quad r_b = \frac{\overline{b} - \underline{b}}{2} \tag{5}$$

– центры и радиусы соответственно интервалов A и B .

Нестандартная интервально-арифметическая операция сложения определяется так:

$$A +^- B = \langle a + b, | r_a - r_b | \rangle. \tag{6}$$

Нестандартная интервально-арифметическая операция вычитания определяется так:

$$A -^- B = \langle a - b, | r_a - r_b | \rangle. \tag{7}$$

Нестандартная интервально-арифметическая операция произведения определяется так:

$$A \times^- B = \langle ab - \operatorname{sgn}(ab) r_a r_b, | a r_b - \operatorname{sgn}(ab) b r_a | \rangle, \text{ если } \frac{|a|}{r_a} \ge 1, \quad \frac{|b|}{r_b} \ge 1 \tag{8}$$

$$A \times^- B = \langle ab - \operatorname{sgn}(b) a r_b, | b r_a - \operatorname{sgn}(b) r_a r_b | \rangle, \text{ если } \frac{|a|}{r_a} < 1, \quad \frac{|a|}{r_a} < \frac{|b|}{r_b} \tag{9}$$

$$A \times^- B = \langle ab - \operatorname{sgn}(a) b r_b, | a r_a - \operatorname{sgn}(a) r_b r_b | \rangle, \text{ если } \frac{|b|}{r_b} < 1, \quad \frac{|a|}{r_a} \ge \frac{|b|}{r_b} \tag{10}$$

При умножении интервала на число применяется такое правило:

$$\mu \cdot a = \begin{cases} \left[\mu \cdot \underline{a}, \mu \cdot \overline{a}\right], \text{ если } \quad \mu \geq 0, \\ \left[\mu \cdot \overline{a}, \mu \cdot \underline{a}\right], \text{ если } \quad \mu < 0. \end{cases} \tag{11}$$

Нестандартная интервально-арифметическая операция деления определяется так:

$$A/^{-}B = \frac{1}{b^2 - r_b^2}\left\langle ab - \operatorname{sgn}(ab) r_a r_b, \left| a r_b - \operatorname{sgn}(ab) b r_a \right| \right\rangle, \text{ если } \frac{|b|}{r_b} > 1, \ \frac{|a|}{r_a} \geq 1 \tag{12}$$

$$A/^{-}B = \frac{1}{b^2 - r_b^2}\left\langle ab - \operatorname{sgn}(b) a r_b, \left| b r_a - \operatorname{sgn}(b) r_a r_b \right| \right\rangle, \text{ если } \frac{|b|}{r_b} > 1, \ \frac{|a|}{r_a} < 1 \tag{13}$$

$$A/^{-}B = \frac{1}{b^2 - r_b^2}\left\langle ab - \operatorname{sgn}(a) b r_a, \left| a r_b - \operatorname{sgn}(a) r_a r_b \right| \right\rangle. \text{ если } \frac{|b|}{r_b} < 1, \ \frac{|a|}{r_a} < 1 \tag{14}$$

При делении интервала на число применяется такое правило:

$$\mu/a = \begin{cases} \left[\mu \cdot \frac{1}{\underline{a}}, \mu \cdot \frac{1}{\overline{a}}\right], \text{ если } \quad \mu \geq 0, \\ \left[\mu \cdot \frac{1}{\overline{a}}, \mu \cdot \frac{1}{\underline{a}}\right], \text{ если } \quad \mu < 0. \end{cases} \tag{15}$$

За прошедшие два-три десятилетия эти вычисления широко применялись в различных областях науки и техники. Прежде всего, здесь необходимо упомянуть саму математику. С помощью интервальных вычислений удалось доказать целый ряд важных теорем, предполагающих в процессе своего доказательства сравнение сложных числовых выражений. Поскольку из-за свойства гарантированности включения точного результата в вычисленный интервал подобные вычисления обладают доказательной силой, они и были использованы для автоматизации процесса доказывания.

Что же касается нематематических приложений, то они стали возможны всюду, где адекватным способом формализации неопределенности, содержащейся в исходных данных и/или результате, оказывалось указание реалистичных границ неизвестной величины. “Исходные данные лежат в таких-то границах и связаны такими-то формулами с результатом. Можно ли указать разумные границы, в которых лежит результат?” – такой способ математической формализации оказался во многих случаях значительно более простым и естественным, нежели, скажем, базирующийся на вероятностно-статистическом подходе или теории нечетких множеств.

Концепция разработки программного обеспечения для реализации достоверных вычислений на мобильных устройствах.

Одной из причин использования интервальных методов является то, что современные классические ЭВМ не учитывают степень неточности большинства исходных данных. Даже невинно выглядящее дробное число 1/10 может порождать в определенных случаях вычислительную проблему, так как компьютер не может выполнять точные вычисления с этим числом. В той мере, в какой точные вычислительные результаты используются для принятия критических решений, неучтенные ошибки вычислений означают повышенный риск. Очевидно, чем сильнее зависимость точности входных данных от точности вычисляемых значений, чем более важной для последних является их корректность, тем больше допускаемый риск [11].

Вышеприведенные в [11] и подобные (не столь катастрофичные) случаи наглядно демонстрируют, что являющиеся основой современных цифровых ЭВМ числа в формате с плавающей точкой оказываются не вполне адекватными как реальному физическому миру, так и его математическим моделям, в частности, математическому понятию вещественного (действительного) числа. Основные недостатки современного представления чисел с плавающей точкой заключаются в следующем:

– большинство чисел вещественной оси не могут быть представлены точно числами с плавающей точкой, имеющими конечную длину мантиссы и, соответственно, свойства арифметических операций над числами с плавающей точкой отличаются (из-за неизбежных округлений) от свойств идеальных математических операций над вещественными числами;

– число в формате с плавающей точкой не несет никакой информации о точности той величины, которую оно представляет.

Получается, что существующая модель вычислений с плавающей точкой не предназначена ни для адекватного представления исходных значений, ни для отслеживания вычислительных ошибок. В связи с этим постепенно усиливается тенденция к переходу от точечных значений к интервальным, что влечет за собой стремительное развитие интервальной арифметики.

Традиционно аппаратное обеспечение компьютеров поддерживает две числовые системы: целые числа и числа с плавающей точкой. Целочисленная арифметика оперирует конечным подмножеством множества целых чисел и позволяет безошибочно осуществлять адресные вычисления, компиляцию и другие формы трансляции, а также реализовать различные алгоритмы типа поиска и сортировки.

Произвольное вещественное число представляется бесконечной систематической (например, десятичной или двоичной) дробью. На практике в научных и инженерных вычислениях вещественные числа приходится представлять в компьютере конечными дробями, чаще всего числами с плавающей точкой. Арифметика чисел с плавающей точкой поддерживается аппаратным обеспечением компьютеров и поэтому выполняется очень быстро, однако каждая операция с вещественным числом может вносить погрешности, накопление которых может существенно исказить результат.

Концепция разработки программного обеспечения для реализации достоверных вычислений проверена на программной системе для расчета показателей эффективности коммерческого банка [12].

Программная система для выполнения расчетов показателей при проведении экономического анализа деятельности банков с использованием классической и нестандартной интервальной математики и средств мобильной связи разработана в программной среде Visual Studio 2010 Express for Windows Phone. Структура проекта представлена на рис. 1.

После разработки проекта программная система может быть установлена на телефон, работающий под управлением операционной системы Windows Phone 7.5. Телефон должен иметь ёмкостной экран, поддерживающий мультисенсорный ввод с возможностью не менее четырех одновременных касаний. Диагональ экрана может быть разной, но разрешение должно быть 480x800 пикселей. В нашем случае был использован телефон Nokia Lumia 900.

В состав программной системы входят интервальный калькулятор и процедуры, выполняющие расчеты показателей при проведении экономического анализа деятельности коммерческого банка. Главная страница мобильного приложения представлена на рис. 2.

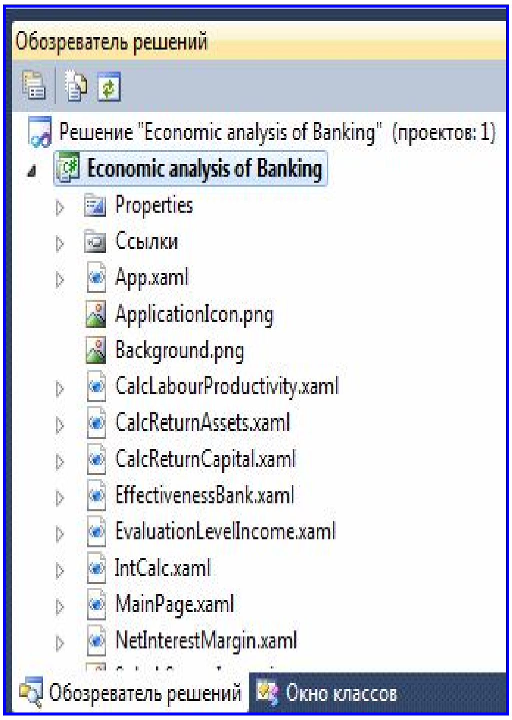

Рис. 1. Структура проекта программной системы

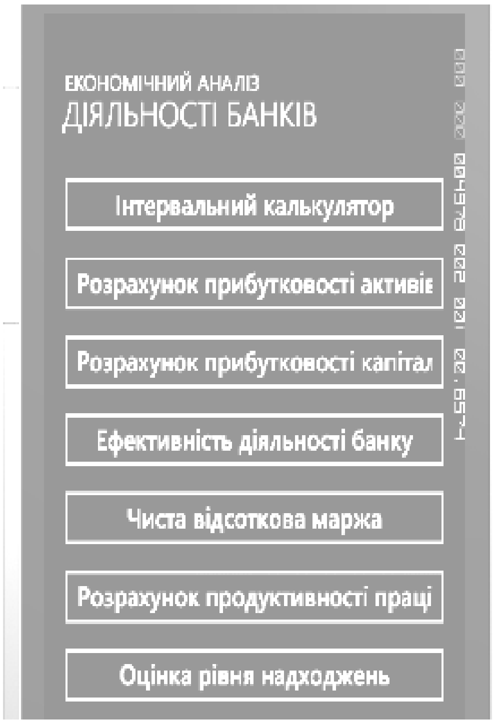

Рис. 2. Главная страница мобильного приложения для расчета показателей экономической эффективности банков

План экспериментов и оценка точности численного решения рассмотренных аксиом интервальной математики. Авторами разработаны программные системы для решения практических задач, которые использовали следующие типы интервальной математики:

– классическая интервальная математика;
– полная интервальная математика Каухера;
– нестандартная интервальная математика.

Результаты проведенных сравнительных вычислений сведены в табл. 1.

Таблица 1

Фрагмент таблицы сравнительных результатов вычислительного эксперимента для различных выражений перечисленными аксиомами интервальной математики при x = [1,2], y = [−1,0]

Выражение	Выражение в интервальном виде	Классика	Каухера	Нестандартная
$\frac{2x+3y}{4x-y}$	$\frac{[2,4]+[-3,0]}{[4,8]-[-1,0]}$	[–0,25, 1,0]	[0,25, 1,0]	[0,20, 0,25]
$\frac{x+3y}{2x-y}$	$\frac{[1,2]+[-3,0]}{[2,4]-[-1,0]}$	[–1,0, 1,0]	[–1,0, 1,0]	[–0,25, 0,25]

Результаты вычислительных экспериментов представлены на рис. 3, 4.

Рис. 3. Сравнение ширины интервала для рассмотренных выражений в классической интервальной математике

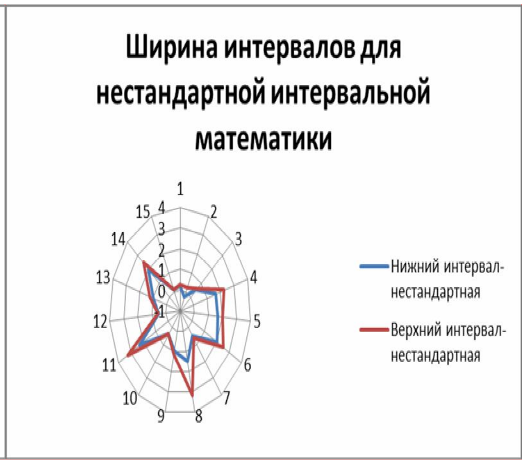

Рис. 4. Сравнение ширины интервала для рассмотренных выражений в нестандартной интервальной математике

Вычислительный эксперимент: обоснование эффективности рассмотренных аксиом интервальной математики ее и реализация для мобильных устройств

Деятельность коммерческих банков можно оценивать по их политике по отношению к уровню процентных ставок и по значениям показателей, характеризующих успешность (прибыльность) их деятельности [12]. Результаты численных экспериментов сведены в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение эффективности вычислений финансовых расчетов методами классической и нестандартной интервальной математики

Показатель	Методика расчета				Параметры эффективности		
	Классическая интервальная математика		Нестандартная интервальная математика				
	$\underline{a}$	$\overline{a}$	$\underline{a}$	$\overline{a}$	$\varepsilon_{кл}$	$\varepsilon_{нст}$	Ef
Накопленная сумма на основе простой процентной ставки	2325	2520	2362,5	2480	0,08	0,05	37
Накопленная сумма на основе сложной процентной ставки	2527,58	2757,36	2585,03	2696,09	0,08	0,04	50
Накопленная сумма на основе простой учетной ставки	5555,55	6000,0	5666,66	5882,35	0,07	0,04	43
Накопленная сумма на основе сложной учетной ставки	4477,03	4697	4566,57	4604,93	0,05	0,01	80

Накопленная сумма на основе простой и сложной процентной ставки. Базовая формула для определения накопленной суммы по простой процентной ставке:

$$S=P+I=P+P*i*n=P(1+i*n), \tag{16}$$

в интервальном виде:

$$\left[\underline{S},\overline{S}\right]=\left[\underline{P},\overline{P}\right]\cdot\left(\left[1,\ 1\right]+\left[\underline{i},\overline{i}\right]\cdot\left[\underline{n},\overline{n}\right]\right),$$

где: P – начальный капитал; I – сумма дохода с капитала; n – срок накопления капитала; i – процентная ставка.

Если срок финансового договора не равен целому количеству лет, а составляет d дней:

$$S=P\left(1+i\frac{d}{N}\right), \tag{17}$$

в интервальном виде:

$$\left[\underline{S},\overline{S}\right]=\left[\underline{P},\overline{P}\right]\cdot\left(\left[1,1\right]+\left[\underline{i},\overline{i}\right]\cdot\frac{\left[\underline{d},\overline{d}\right]}{\left[\underline{N},\overline{N}\right]}\right).$$

Базовая формула для определения накопленной суммы при использовании сложной процентной ставки такая:

$$S=P(1+i)^n, \tag{18}$$

в интервальном виде:

$$[\underline{S},\overline{S}]=[\underline{P},\overline{P}]\cdot([1,1]+[\underline{i},\overline{i}])^{[\underline{n},\overline{n}]}.$$

Если срок финансового договора не равен целому числу лет, а составляет d дней:

$$S=P(1+i)^{\frac{d}{N}}, \tag{19}$$

в интервальном виде:

$$[\underline{S},\overline{S}]=[\underline{P},\overline{P}]\cdot([1,1]+[\underline{i},\overline{i}])^{\frac{[\underline{d},\overline{d}]}{[\underline{N},\overline{N}]}}.$$

Дисконтированные суммы на основе простой и сложной процентной ставки. При математическом дисконтировании решается задача, являющаяся обратной по определению накопленной суммы. Задача формулируется таким образом: какую сумму необходимо взять в долг сегодня (инвестировать) на n лет, чтобы при начислении на неё процентов по процентной ставке получить накопленную сумму S?

Если в операции используется простая процентная ставка, то формулы для математического дисконтирования будут такими:

$$P=\frac{S}{1+n*i};$$

$$P=\frac{S}{1+i*\frac{d}{N}}, \tag{20}$$

в интервальном виде:

$$[\underline{P},\overline{P}]=\frac{[\underline{S},\overline{S}]}{[1,\ 1]+[\underline{n},\overline{n}]\cdot[\underline{i},\overline{i}]};$$

$$[\underline{P},\overline{P}]=\frac{[\underline{S},\overline{S}]}{[1,\ 1]+[\underline{i},\overline{i}]\cdot\frac{[\underline{d},\overline{d}]}{[\underline{N},\overline{N}]}}.$$

Если в операции будет использована сложная процентная ставка, то формулы для математического дисконтирования будут такими:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n};$$
$$P = \frac{S}{(1+i)^{\frac{d}{N}}}, \qquad (21)$$

в интервальном виде:

$$[\underline{P}, \overline{P}] = \frac{[\underline{S}, \overline{S}]}{([1,1]+[\underline{i}, \overline{i}])^{[\underline{n}, \overline{n}]}};$$

$$[\underline{P}, \overline{P}] = \frac{[\underline{S}, \overline{S}]}{([1,1]+[\underline{i}, \overline{i}])^{\frac{[\underline{d}, \overline{d}]}{[\underline{N}, \overline{N}]}}}.$$

Начисления и дисконтирования при использовании простой и сложной учетной ставки. При простой учетной ставке расчет накопленной суммы осуществляется так:

$$S = P\frac{1}{1-nr};$$
$$S = P\frac{1}{1-\frac{d}{N}r}, \qquad (22)$$

в интервальном виде:

$$[\underline{S}, \overline{S}] = [\underline{P}, \overline{P}] \cdot \frac{[1,1]}{[1,1]-[\underline{n}, \overline{n}]\cdot[\underline{r}, \overline{r}]};$$

$$[\underline{S}, \overline{S}] = [\underline{P}, \overline{P}] \cdot \frac{[1,1]}{[1,1]-\frac{[\underline{d}, \overline{d}]}{[\underline{N}, \overline{N}]}\cdot[\underline{r}, \overline{r}]}.$$

При использовании сложной учетной ставке расчет накопленной суммы осуществляется так:

$$S = P\frac{1}{(1-r)^m};$$
$$S = P\frac{1}{(1-r)^{\frac{d}{N}}}, \qquad (23)$$

в интервальном виде:

$$[\underline{S}, \overline{S}] = [\underline{P}, \overline{P}] \cdot \frac{[1,1]}{([1,1]-[\underline{r}, \overline{r}])^{[\underline{m}, \overline{m}]}};$$

$$\left[\underline{S},\overline{S}\right]=\left[\underline{P},\overline{P}\right]\cdot\frac{[1,1]}{\left([1,1]-\left[\underline{r},\overline{r}\right]\right)^{\frac{\left[\underline{d},\overline{d}\right]}{\left[\underline{N},\overline{N}\right]}}}.$$

В соответствии с работой [5], ширина интервала, определяющего число ***A***, вычисляется по формуле:

$$\Delta A=\overline{a}-\underline{a}\,, \tag{24}$$

в середину интервала определим по формуле:

$$m(A)=\frac{1}{2}\ \overline{(a+\underline{a})}\,, \tag{25}$$

тогда точность интервала для классической интервальной математики определим таким образом:

$$\varepsilon_{кл}=\Delta A/m(A). \tag{26}$$

Для нестандартной интервальной математики это будет выглядеть следующим образом:

$$\varepsilon_{нст}=r_a/a. \tag{27}$$

Эффективность *ef* предложенного процесса будем обозначать мерой уменьшения интервала окончательного результата, определенного с использованием нестандартной интервальной математики в сравнении с аналогичным, но определенным использованием классической интервальной математики:

$$ef=(1-\frac{\varepsilon_{нст}}{\varepsilon_{кл}})\cdot 100\,\%. \tag{28}$$

Приведенные расчеты показывают, что применение нестандартной интервальной математики существенно сужает интервал существования результата вычислений, то есть эта система более эффективна, чем система, построенная на основе классической интервальной математики (рис. 5, 6).

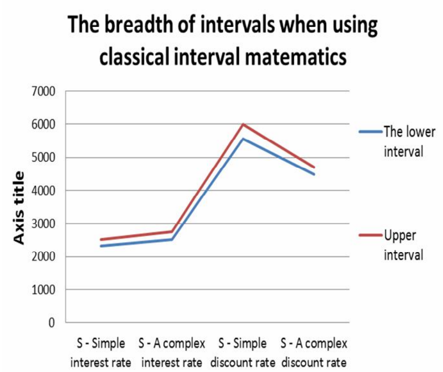

Рис. 5. Ширина интервалов
при использовании аксиом
классической интервальной математики

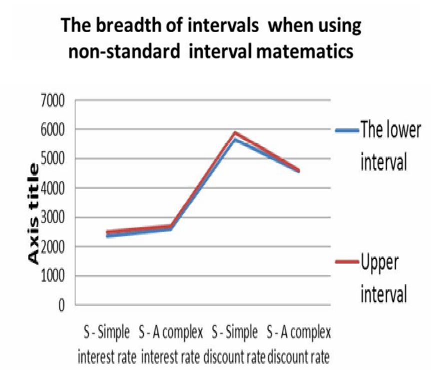

Рис. 6. Ширина интервалов
при использовании методов
нестандартной интервальной математики

Выводы из данного исследования и перспективы дальнейших исследований в данном направлении.

1. Для уменьшения интервала заключительного результата выполнения финансовых расчетов предложено использование правила нестандартной интервальной математики.

2. Компьютерная реализация достоверных вычислений для данного класса задач выполнена для средств мобильной связи, что позволяет оперативно решать задачи подобного класса.

3. Показано, что правила нестандартной интервальной математики дают возможность получить более достоверные результаты при уменьшении ширины интервалов на 37−80 % меньше, чем аналогичный, но полученный по правилам классической интервальной математики.

Список использованных источников:

1. Nickel K. Can we trust the results of our computing? / K. Nickel // Mathematics for Computer Science ; Proc. Symposium held in Paris, March 16–18, 1982. − P. l. ; Association francaise pour la cybernetique et technique (AFCET), 1982. − P. 167–175.

2. Добронец Б. С. Интервальная математика : учеб. пособие / Добронец Б. С. – Красноярск, 2004. – 216 с.

3. Moore R. E. Interval analysis. Englewood Cliffs / R. E. Moore. – N. J. : Prentice-Hall, 1966.

4. Hansen E. Topics in Interval Analysis / Hansen E. – London : Oxford UniversityPress, 1969.

5. Шокин Ю. И. Интервальный анализ / Шокин Ю. И. – Новосибирск : Наука, 1981. – 111 с.

6. Введение и интервальные вычисления / Г. Алефельд и др. – М. : Мир, 1987. – 360 с.

7. Шарый С. П. Конечномерный интервальный анализ / Шарый С. П. – Новосибирск : Институт вычислительных технологий СО РАН, 2009. – 569 с.

8. Дубницький В. Ю. Порівняльний аналіз результатів планування нормативів банківської безпеки засобами класичної та нестандартної інтервальної математики / В. Ю. Дубницький, А. М. Кобилін // Радіоелектронні і комп'ютерні системи, 2014. – № 5(69). – С. 29−33.

9. Дубницький В. Ю. Комп'ютерна програма для розрахунку індикаторів економічної безпеки підприємства з використанням інтервальної арифметики та засобів мобільного зв'язку / Дубницький В. Ю., Кобилін А. М., Кобилін О. А.

10. Жуковская О. А. Исследование нестандартних интервальных арифметических операций / О. А. Жуковская // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2005. – № 2. – С. 106–116.

11. Строгий учет ошибок округлений на цифровых ЭВМ [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.sbras.ru/interval/index.php?j=Introduction/RusIntro

12. Контроль: інспектування, аудит, банківський нагляд : монографія / В. С. Стельмах, А. О. Єпіфанов, І. В. Сало, М. А. Єпіфанова. – Суми : Університетська книга, 2006. – 432 с.