Література

1. Гройсман В. Проектирование контейнерных терминалов “Greenfield” в США / В. Гройсман, Ю. Станков // Порты Украины. – 2007. – № 10. – С. 67–69.

2. Затулко А. Проблеми та перспективи розвитку морських портів України / А. Затулко // Ефективна економіка. – 2010. – № 3. – С. 42–45.

3. Пасічник А. М. Розбудова логістичних транспортно-митних комплексів із застосуванням технології “сухий порт” / А. М. Пасічник, Л. Р. Прус, С. О. Полока // Вісник АМСУ. Серія: “Технічні науки”. – 2013. – № 1 (49). – С. 33–38.

4. Сучасні транспортно-митні технології міжнародних перевезень товарів : монографія / за ред. А. М. Пасічника. – Дніпропетровськ : АМСУ, 2012. – С. 252.

5. Офіційний інтернет-сайт Державного комітету статистики України [Електронний ресурс] – Режим доступу : http//www.ukrstat.gov.ua, вільний. – Мова укр.

6. Никулин С. Современные тенденции в проектировании контейнерных терминалов / С. Никулин // Порты Украины. – 2008. – № 8. – С. 54–59.

7. Логистические методы и технологии организации функционирования сухих портов / Лазер [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://www.prolazer.ucoz.ru/publ/1-1-0-190. – Загол. с экрана.

✧ ✧ ✧ ✧ ✧ ✧ ✧

УДК 519.682

А. В. Сохацький, доктор технічних наук,
завідувач кафедри транспортних систем
та технологій Академії митної служби України
А. Б. Горбушина, аспірант кафедри
транспортних систем та технологій
Академії митної служби України

МОДЕЛЮВАННЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПУНКТУ ПРОПУСКУ НА ОСНОВІ МАРКОВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ

Розглядається моделювання роботи міжнародного пункту пропуску на основі марковських процесів. Розроблено методику розрахунку пропускної спроможності пункту пропуску з використанням рівнянь Колмогорова для граничних імовірностей станів і методу Монте-Карло.

Рассматривается вопрос моделирования работы международного пункта пропуска на основе марковских процессов. Разработана методика расчета пропускной способности пункта пропуска с использованием уравнений Колмогорова для предельных вероятностей состояний и метода Монте-Карло.

The question of simulating the operation of the international border crossing based on Markov processes. The method of calculation of carrying capacity of point of admission is developed with the use of equalizations of Kolmogorov for maximum probabilities of the states and method of Monte-Carlo.

Ключові слова. Пропускна спроможність, марковські процеси, метод Монте-Карло, математичне моделювання.

Вступ. Сучасна теорія масового обслуговування базується на гіпотезі про пуассонівський характер вхідного потоку подій. Нині з її використанням побудовані нескладні, зручні у використанні аналітичні моделі систем обслуговування [1–10]. Проте практичне використання таких моделей виявило, що з усіх випадкових потоків рівної інтенсивності надходження заявок пуассонівський потік – найважчий для обслуговування, тому відповідні моделі песимістично оцінюють ефективність систем, що функціонують в умовах реального потоку. Фактично значна частина систем масового обслуговування (СМО) на вході має випадковий характер потоку заявок, який не завжди можна описати аналітичними залежностями. До такої категорії СМО належить і функціонування прикордонних пунктів пропуску. Зрозуміло, що класичну теорію масового обслуговування складно застосувати для аналізу таких систем. Альтернативний варіант – це використання підходів, що ґрунтуються на методі Монте-Карло.

Забезпечення відповідної пропускної спроможності пунктів пропуску – це один з актуальних чинників розвитку міжнародних перевезень в Україні. Підвищення ефективності роботи транспортної системи у прикордонному регіоні – важливе завдання транспортної логістики. У зв’язку з цим надзвичайно актуальними стають питання системного аналізу та моделювання діяльності пунктів пропуску [11]. Особливо важливо підвищити ефективність роботи митних підрозділів в умовах ризиків та інформаційної невизначеності.

Процес митного контролю та митного оформлення в пунктах пропуску через митний кордон значною мірою стосується випадкових процесів. Це додатково створює певні труднощі під час прогнозування пропускної спроможності транспортної системи. Їх можна подолати, використовуючи математичне моделювання із застосуванням апарату марковських процесів [3, 6, 7].

Постановка завдання. Розглядається функціонування міжнародного автомобільного пункту пропуску (МАПП), який здійснює митні формальності щодо автомобільних транспортних засобів, які переміщуються через державний кордон.

Мета статті – побудувати математичну модель роботи пункту пропуску в разі підвищення інтенсивності надходження транспортних засобів, визначити максимальне значення пропускної спроможності за умови забезпечення його стійкого функціонування.

Для побудови моделі функціонування МАПП пропонується застосувати методологію марковських процесів [1–4]. Апарат марковських процесів – це досить ефективний підхід до моделювання дискретних процесів, характерних для обробки транспортного потоку в МАПП. Необхідна розробка методів відтворення процесів, що відбуваються всередині митної системи та чинників зовнішнього середовища, які прямо або опосередковано впливають на їх динаміку.

Результати дослідження. Аналіз діяльності МАПП показав таке:

1) процес обслуговування автомобілів на МАПП може бути в декількох станах, кількість яких можна порахувати (усім можливим станам можна присвоїти порядкові номери);

2) перехід системи з одного стану в інший відбувається не у фіксовані, а у випадкові моменти часу;

3) імовірність будь-якого стану випадкового процесу в майбутньому залежить тільки від нинішнього стану, а не від того, яким чином і коли процес перейшов у поточний стан.

Через зазначені особливості процес обслуговування ТЗ на МАПП можна характеризувати як марковський випадковий процес з дискретними станами і неперервним часом, який інакше називають неперервним ланцюгом Маркова.

Для визначення ймовірностей $P_i(t)$, $i = \overline{0,n}$ перебування процесу в будь-який момент часу t у тому чи іншому стані, що дає повну інформацію про випадковий процес, доцільно побудувати систему рівнянь Колмогорова.

Система рівнянь Колмогорова – це система *n* звичайних лінійних однорідних диференціальних рівнянь першого порядку з постійними коефіцієнтами.

Для системи диференціальних рівнянь Колмогорова побудуємо граф станів процедури митного контролю вантажних автомобілів у пункті пропуску “А”. Візьмемо, що для вантажних автомобілів, які виїжджають з території України, виділено дві смуги руху, тобто, згідно з теорією систем масового обслуговування, у нас двоканальна система масового обслуговування з необмеженою чергою.

Ураховуючи властивості, які можуть мати випадкові потоки подій, вважатимемо, що потік подій в МАПП належить до найпростіших, тобто має властивості стаціонарності, ординарності та відсутності післядії.

Складемо граф станів для процесу перетину кордону через МАПП як випадкового процесу (рис. 1).

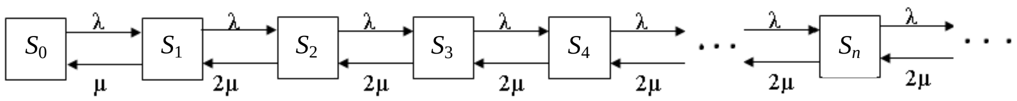

Рис. 1. Граф станів для процесу перетину кордону на МАПП

Стан S_0 – усі смуги руху вільні;
стан S_1 – одна смуга зайнята, одна смуга вільна;
стан S_2 – дві смуги зайняті, автомобілів у черзі немає;
стан S_3 – дві смуги зайняті, один автомобіль у черзі;
стан S_4 – дві смуги зайняті, два автомобілі в черзі;
стан S_n – дві смуги зайняті, “n – 2” автомобілів у черзі.

Запишемо рівняння Колмогорова для процесу функціонування міжнародного пункту пропуску на основі марковських процесів:

$$\begin{cases} \mu\, p_1 - \lambda p_0 = 0; \\ \lambda\, p_0 + 2\mu\, p_2 - (\lambda+\mu)\, p_1 = 0; \\ \lambda\, p_1 + 2\mu\, p_3 - (\lambda+2\mu)\, p_2 = 0; \\ \lambda\, p_2 + 2\mu\, p_4 - (\lambda+2\mu)\, p_3 = 0; \\ \lambda\, p_3 + 2\mu\, p_5 - (\lambda+2\mu)\, p_4 = 0; \\ ---------------- \\ \lambda\, p_{n-1} + 2\mu\, p_{n+1} - (\lambda+2\mu)\, p_n = 0; \\ \sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1. \end{cases} \tag{1}$$

Шляхом нескладних перетворень рівнянь системи (1) отримаємо:

$$p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0 = \rho p_0; \tag{2}$$

$$p_2 = \frac{(\lambda+\mu)p_1 - \lambda p_0}{2\mu} = \frac{(\lambda+\mu)\frac{\lambda}{\mu}p_0 - \lambda p_0}{2\mu} = \tag{3}$$

$$= \frac{(\lambda+\mu)\lambda p_0 - \lambda\mu p_0}{2\mu^2} = \frac{\lambda^2 p_0}{2\mu^2} = \frac{\rho^2}{2}p_0;$$

$$p_3 = \frac{(\lambda+2\mu)p_2 - \lambda p_1}{2\mu} = \frac{\frac{(\lambda+2\mu)\lambda^2}{2\mu^2}p_0 - \lambda\frac{\lambda}{\mu}p_0}{2\mu} = \tag{4}$$

$$= \frac{(\lambda+2\mu)\lambda^2 p_0 - 2\lambda^2\mu p_0}{2\mu 2\mu^2} = \frac{\lambda^3 p_0}{4\mu^3} = \frac{\rho^3}{4}p_0.$$

Для знаходження p_0 раціонально скористатися співвідношеннями, виведеними у загальному вигляді [1, 2]:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \ldots + \frac{\rho^m}{m!} + \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)}\right)^{-1}, \tag{5}$$

де m – кількість каналів у системі.

Виходячи з пропускної спроможності існуючих споруд МАПП “А” при випуску ТЗ за межі території України, що становить 125 вантажних транспортних засобів за добу, беремо інтенсивність надходження заявок до системи $\lambda = 5{,}2$ транспортних засобів за годину. Середній час обслуговування транспортного засобу 20 хв. Звідси інтенсивність обслуговування ТЗ становить $\mu = 1/t_{\text{обсл.}} = 1/20\times 60 = 3$ $(ТЗ/\text{год})$.

Отже, для перших чотирьох станів імовірності подій становитимуть:

$p_0 = \left(1 + 1{,}73 + 1{,}5 + \frac{5{,}18}{2!(2-1{,}73)}\right)^{-1} = 13{,}82^{-1} = 0{,}07236$ – ймовірність того, що система вільна;

$$p_1 = 1{,}73\times 0{,}07236 = 0{,}1252;$$

$$p_2 = \frac{1{,}73^2}{2}\times 0{,}07236 = 0{,}1083;$$

$$p_3 = \frac{1{,}73^3}{4}\times 0{,}07236 = 0{,}0937.$$

Знайдемо ймовірність того, що транспортний засіб, який надійшов до МАПП, опиниться в черзі, тобто всі канали будуть зайняті, коли надійде автомобіль, за формулою $p_{\text{ч}} = \sum_{i=3}^{\infty} p_i$ або скористаємося такою формулою:

$$p_{\text{ч}} = \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)}p_0 = \frac{1{,}73^3}{2!(2-1{,}73)}0{,}07236 = 0{,}694.$$

Знайдемо середню кількість транспортних засобів у черзі:

$$L_{\text{черг}} = \frac{\rho^{m+1}}{m!m(1-\frac{\rho}{m})^2}p_0 = \frac{1{,}73^3}{2!2(1-\frac{1{,}73}{2})^2}0{,}07236 = 5{,}14 \text{ транспортних засобів.}$$

Знайдемо середню кількість транспортних засобів у системі:

$$L_{\text{сист.}} = L_{\text{черг.}} + \rho = 5,14 + 1,73 = 6,88 \text{ транспортних засобів.}$$

Середній час перебування транспортних засобів у черзі:

$$T_{\text{черг.}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{черг.}} = \frac{1}{5,2} 5,14 = 0,988 (\text{год}) \approx 59 (\text{хв}).$$

Середній час перебування транспортних засобів у системі під час проведення митного контролю:

$$T_{\text{сис.}} = \frac{1}{\lambda} L_{\text{сис.}} = \frac{1}{5,2} 6,88 = 1,32 \ (\text{год}) \approx 79 (\text{хв}).$$

Якщо інтенсивність надходження заявок збільшиться до λ = 6 транспортних засобів на годину, то ймовірність надходження ТЗ для митного контролю визначиться виразом (5).

$$p_0 = \left(1 + 2 + 2 + \frac{8}{2!(2-2)}\right)^{-1} \to 0,0.$$

Тобто ймовірність того, що всі канали вільні і транспортний засіб обслуговується відразу після прибуття, дорівнюватиме нулю. Отже, якщо λ = 6, то за інтенсивності митного контролю μ = 3 транспортних засобів на годину черга зростатиме до нескінченності. Митний пункт пропуску не зможе впоратися з поставленим завданням.

Якщо умовно взяти λ = 5,99, тоді ρ = 1,99.

$$p_0 = \left(1 + 1,99 + \frac{1,99^2}{2!} + \frac{1,99^3}{2!(2-1,99)}\right)^{-1} = 399^{-1} = 0,0025;$$

$$p_1 = 1,99 \times 0,0025 = 0,004975;$$

$$p_2 = \frac{1,99^2}{2} \times 0,0025 = 0,00495;$$

$$p_3 = \frac{1,99^3}{4} \times 0,0025 = 0,00493.$$

Знайдемо ймовірність того, що транспортний засіб, який надійшов до МАПП, опиниться в черзі:

$$p_{\text{ч}} = \frac{\rho^{m+1}}{m!(m-\rho)} p_0 = \frac{1,99^3}{2!(2-1,99)} 0,0025 = 0,985.$$

У результаті проведених обчислювальних експериментів установлено, що в разі збільшення інтенсивності надходження транспортних засобів до 5,99 транспортних засобів на годину ймовірність того, що після прибуття до МАПП ТЗ опиниться в черзі для очікування митного контролю та митного оформлення, становить 98,5 %. Це свідчить, що система починає втрачати стійкість і коли інтенсивність надходження транспортних засобів збільшуватиметься, то черга зростатиме до нескінченності. Таким чином, митний пункт пропуску не виконуватиме поставлене завдання.

Але далеко не завжди можна побудувати аналітичну модель як функціональну залежність вихідного параметра системи від вхідних параметрів. У цих випадках використовують статистичні моделі. Статистичні моделі отримали розвиток як метод Монте-Карло. Перше найвідоміше його застосування було проведено під час розробки атомної бомби. Його назвали на честь Монте-Карло – курорту в Монако, відомого своїми казино. Набувши поширення в роки Другої світової війни, метод Монте-Карло почав застосовуватися для моделювання різноманітних фізичних і теоретичних систем.

З розвитком електронно-обчислювальних машин (ЕОМ) метод Монте-Карло почали використовувати для розв’язання задач з моделюванням випадкових процесів. Статистичне моделювання полягає в тому, щоб, використовуючи ЕОМ, відтворювати поведінку статистичних моделей, встановлювати зв’язок алгоритмів моделювання з алгоритмами розв’язання задач обчислювальної математики за допомогою методу Монте-Карло і на цьому фундаменті будувати зручні для обчислень моделі, що дозволяють отримувати необхідні характеристики об’єкта [5].

Суть методу полягає в заміні експерименту з реальною системою на експеримент з її математичним аналогом шляхом імітації роботи цієї системи як випадкового процесу (імітаційне моделювання).

Процес моделювання складається з трьох етапів:

1. Розробка і введення в ЕОМ моделюючого алгоритму.

2. Генерування вхідних випадкових величин із заданими функціями та параметрами розподілу і багаторазове повторення дослідів.

3. Статистична обробка результатів моделювання.

У моделюванні істотну увагу приділяють урахуванню випадкових факторів впливу на систему. Для їх формалізації використовуються випадкові події, дискретні і неперервні величини, вектори, процеси. Формування реалізації випадкових об’єктів будь-якої природи зводиться до генерації та перетворення послідовностей випадкових чисел.

Скориставшись методом Монте-Карло, знайдемо математичне сподівання α^* кількості обслужених заявок за час *T,* середній час очікування транспортних засобів на обслуговування (митний контроль) і середній час очікування (простою) системи.

Визначимося з основними характеристиками системи. Покладаємо, що потік автомобілів до МАПП “А” відповідає пуассонівському потоку. Час між надходженнями двох послідовних заявок розподілено згідно з показниковим законом $f(t) = ke^{-kt}$.

Тривалість часу між двома послідовними заявками з номерами $i-1$ та i розраховуємо за формулою:

$$t_i = -(\frac{1}{\lambda})\ln R_i \times 60 = -\frac{\ln R_i}{\lambda} \times 60 \text{ хв}, \qquad (6)$$

де R_i – рівномірно розподілене випадкове число,

λ – інтенсивність надходження заявок до системи.

Рівномірно розподілені випадкові числа генеруємо за допомогою програми Microsoft Excel в інтервалі від 0 до 1.

Моменти надходження транспортних засобів розраховуються за формулою

$$T_i = T_{i-1} + t_i, \tag{7}$$

де T_{i-1} – попередній час прибуття транспортних засобів,

t_i – поточний інтервал між прибуттям транспортних засобів.

Тривалість митного контролю визначається за умови нормального розподілу випадкової величини часу митного оформлення транспортного засобу $t_{\text{обсл}} = 20$ хв з відхиленням ± 2 хв.

Час закінчення митного контролю та оформлення *i*-го транспортного засобу визначається за формулою:

$$T_{зак_i} = T_i + t_{\text{обсл}} + t_{\text{черги}}. \tag{8}$$

Час, який транспортний засіб витратить на простій у черзі, визначається так:

$$t_{\text{черги}} = T_{зак_{i-1}} - T_i. \tag{9}$$

Для обчислювального експерименту побудуємо алгоритм визначення характеристик системи таким чином:

1. Визначимо інтервал між прибуттями транспортних засобів за формулою (6).
2. Встановимо час прибуття транспортного засобу для здійснення митного контролю та митного оформлення за формулою (7), поклавши, що перший транспортний засіб прибуде о 0 год.
3. Згенеруємо тривалість митного контролю, використовуючи генерацію випадкових чисел за допомогою програми Microsoft Excel. Задамо нормальний розподіл випадкової величини з відхиленням 2 хв.
4. Час очікування для перших двох транспортних засобів беремо 0 хв, оскільки обидва канали будуть вільні. Для того щоб знайти час очікування наступних транспортних засобів, потрібно визначити, до якого каналу потрапляє заявка. Для цього знаходимо мінімальний час серед $T_{\text{зак}}$ двох каналів. Потім порівнюємо його з часом закінчення обслуговування кожним каналом. Якщо час однаковий, то наступна заявка потрапить до каналу з мінімальним часом, оскільки він буде вільним раніше, а значить транспортний засіб почне обслуговуватися раніше і менше часу витратить на очікування в черзі.
5. Визначивши, до якого каналу потрапляє транспортний засіб, можна знайти час простою в черзі та час закінчення обслуговування транспортного засобу, використавши формулу (9) і (8) відповідно.

Для автоматизації розрахунків на ЕОМ використаємо програму, яка обчислить і проаналізує моменти надходження заявок до системи, моменти закінчення обслуговування заявок і самостійно спрямує нову заявку до вільного каналу або до того каналу, що звільниться першим. Також програма автоматично підраховує час очікування транспортних засобів, коли всі канали системи зайняті, та час простою каналу, якщо заявки немає.

Випробування проводилось протягом однієї доби з різними параметрами інтенсивності надходження заявок. Так, за $\lambda = 5{,}2$ транспортних засобів на годину згідно з розрахунками до системи надійшло $x_1 = 130$ ТЗ, з яких митне оформлення 127 ТЗ здійснювалось цієї доби, а митне оформлення ще трьох ТЗ було завершено протягом 40 хв наступної доби.

Для визначення запасу здатності системи обслужити більший потік заявок проведено експеримент: за якої максимальної кількості транспортних засобів система обслуговування залишатиметься стійкою, тобто яка максимальна кількість автомобілів може бути обслужена системою з часом обслуговування 20 хв. Для розрахунку візьмемо інтенсивність надходження заявок λ = 6 ТЗ/год. Аналогічно до попереднього варіанта було здійснено моделювання двоканальної системи обслуговування.

За даними, отриманими з розрахунку, за добу на МАПП було прийнято x_2 = 152 транспортних засоби, з яких митне оформлення 141 ТЗ завершилось протягом доби, а решту 11 ТЗ оформили протягом майже двох годин наступної доби. При цьому максимальний час простою ТЗ у черзі дорівнює 113 хв, а середній час простою – майже 49 хв.

Аналогічними розрахунками здійснювалось моделювання системи для інтенсивності потоку заявок λ = 7 ТЗ/год. У цьому разі за добу до МАПП надійшло x_3 = 176 ТЗ, з яких митне оформлення 143 ТЗ завершилось до настання наступної доби. Митне оформлення 33 транспортних засобів завершилось лише через 5 год 30 хв наступної доби.

Отримані на основі статистичної обробки результати обчислювального експерименту наведено в табл. 1 та на рис. 2–3.

Таблиця 1

Двоканальна система ($t_{обсл.}$ = 20 хв)

Характеристики системи	Інтенсивність надходження ТЗ за год		
	5,2	6	7
Кількість ТЗ, що прибули за добу, шт.	130	152	176
Кількість ТЗ у черзі, шт.	102	142	174
Кількість оформлених ТЗ за добу, шт.	127	141	143
Кількість ТЗ, що оформилися наступної доби, шт.	3	11	33
Середнє очікування, хв.	20	49	127
Максимальне очікування, хв.	59	113	333

З таблиці видно, що у випадку збільшення інтенсивності надходження транспортних засобів система втрачає стійкість, тобто відбувається накопичення черги, і вже до кінця доби час очікування одного автомобіля становить 5 год 33 хв із тенденцією до постійного збільшення.

Проведені розрахунки роботи системи МАПП із різною інтенсивністю надходження заявок показали, що існуюча двоканальна система не може обробити більше, ніж 140 автомобілів за добу в напрямку виїзду з митної території України. У цьому разі для коректної роботи МАПП за заданої інтенсивності обслуговування час митного контролю та митного оформлення становить 20 хв, інтенсивність надходження транспортних засобів не повинна перевищувати $\lambda = 140 / 24 = 5{,}83$ транспортних засобів на 1 год.

Двоканальна система із заданою інтенсивністю
($t_{обсл.}$ = 20 хв)

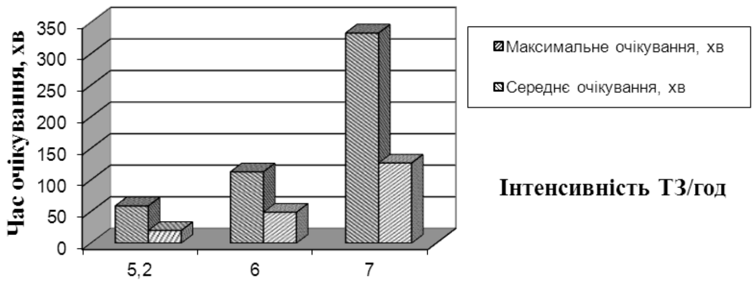

Рис. 2. Графічне зображення залежності часу очікування від інтенсивності надходження заявок

Двоканальна система із заданою інтенсивністю
($t_{обсл.}$ = 20 хв)

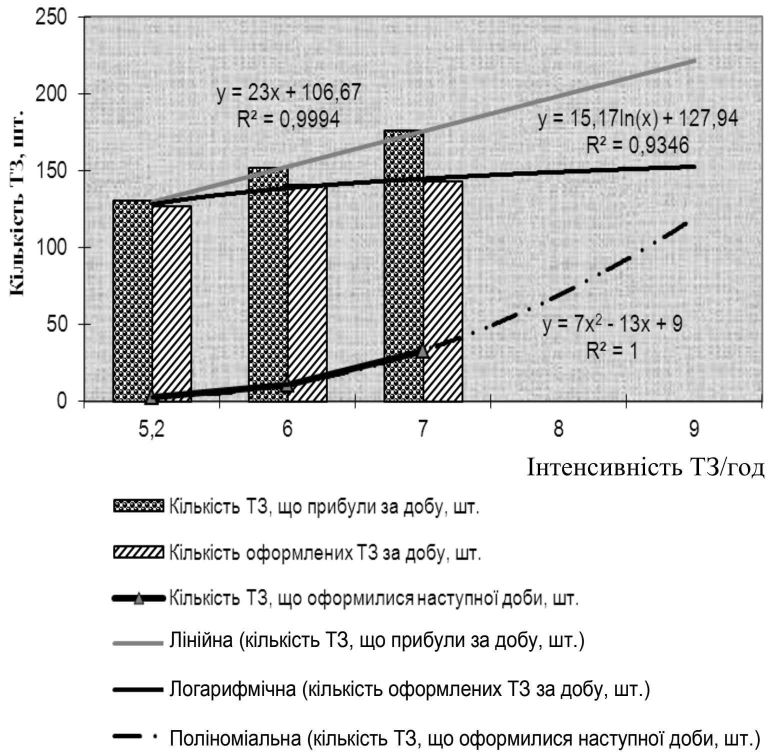

Рис. 3. Графічне зображення залежності кількості ТЗ від інтенсивності надходження заявок

Висновки. Проведене математичне моделювання процесу функціонування міжнародного автомобільного пункту пропуску з використанням апарату марковських процесів та імітаційного моделювання на основі методу Монте-Карло показало, що за заданих параметрів проведення митного контролю міжнародний автомобільний пункт пропуску має обмежену пропускну спроможність, максимальне значення якої в напрямку виїзду з митної території України становить 140 транспортних засобів за добу.

Для підвищення пропускної спроможності пункту пропуску слід підвищити інтенсивність обслуговування μ, тобто зменшити час митного оформлення шляхом використання сучасного технічного оснащення, зменшення кількості митних формальностей або залучення більшої кількості інспекторів для митного контролю та митного оформлення транспортних засобів, що надходять у пункт пропуску.

Література

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Вентцель Е. С. – М. : Наука, Физматгиз, 1969. – 576 с.

2. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология : учеб. пос. для студ. вузов / Вентцель Е. С. – 2-е изд. стер. – М. : Высш. шк., 2001. – 208 с.

3. Тихонов В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. – М., 1977. – 488 с.

4. Марков А. А. Исследование замечательного случая зависимых испытаний / А. А. Марков // Изв. Петерб. АН (6). – 2007. – Т. 1. – № 3 – С. 61–80.

5. Бусленко Н. П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Н. П. Бусленко, Ю. А. Трейдер. – М. : ГИФМЛ, 1961. – 230 с.

6. Швецов В. И. Математическое моделирование транспортных потоков / В. И. Швецов // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 3–46.

7. Осипов Л. А. Проектирование систем массового обслуживания / Осипов Л. А. – М. : Адвансед Солюшнз, 2011. – 111 с.

8. Козлов И. Т. Пропускная способность транспортных систем / Козлов И. Т. – М. : Транспорт, 1985. – 214 с.

9. Самарский А. А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.

10. Рыжаков А. Н. Современные проблемы математического моделирования в исследовании операций / А. Н. Рыжаков, О. А. Щербина // Динамические системы. – 2006. – № 21. – С. 115–129.

11. Пасічник А. М. Математичне моделювання і оптимізація функціонування митного пункту пропуску / А. М. Пасічник, А. В. Сохацький, О. В. Брюховецький // Вісник АМСУ. – 2007. – № 3. – С. 80–89.