

УДК 519:533

MSC \*\*\*\*

## Method of discrete features as planning means is aerodynamic outlines of transport vehicles

A. V. Sokhatsky

*University of custom business and finances, Dnipro, Ukraine**Sokhatsky\_anatoly@ ukr.net*

The main stages of the development of the discrete singularities method are described. Modern results on the numerical solution of boundary hypersingular integral equations by the methods of collocations and piecewise constant approximations are given.

The modern going near planning of aerodynamic design outline of transport vehicles conditionally can be divided into three stages: engineering approaches are close, design on the basis of methods of discrete singularities, approaches that are base on integration of complete and the Reynolds-averaged of Navier-Stokes equations. On the first stage various engineering approaches are used for forming of aerodynamic outline, going out a requirement specification and requirements of customer. Close geometrical and aerodynamic descriptions are determined in the first. An aerodynamic outline is formed in the first close. On the second stage it follows to use more difficult models of aerodynamics on the basis of various approaches that is built on the model of ideal liquid. Bearing properties are determined, power and moment characteristics for the corresponding outline of aircraft. The third stage is most difficult and expensive cost. On this stage it follows to use methods and models that are base on equations for turbulent flow.

The second stage is in-process considered – as means of the previous planning of aerodynamic arrangement with the use of methods of discrete features. A non-stationary chart in that tearing away is designed from all sharp edge of wing is in-process used. This chart has the most general case of forming of process of flowing around of the bearing system of aircraft. However complication of physical interpretation of forming of such processes in the conditions of ideal liquid remains problematic. The necessities of practice require expansion and deepening of theoretical approaches for the study of non-stationary.

Application of model of ideal liquid for the calculation of the bearing system of a perspective transport vehicle allows to set forth aerodynamic task as task of Neumann for equalization of Laplace. The calculations of the bearing systems of difficult geometrical plane form are conducted. Dependences of carrying capacity and longitudinal moment are got depending on the corner of attack and distance to the ground clearance.

A computational experiment confirmed, that a method of discrete vortices was one of important methods of computational aerodynamics. He is effective means for untiing of a number of aerodynamic tasks.

**Key words:** mathematical simulation, aerodynamic configuration, aerodynamic characteristics, numerical simulation, method of discrete vortices.

## Метод дискретних особливостей як засіб проектування аеродинамічних обрисів транспортних апаратів

А.В. Сохацький

*Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Україна**Sokhatsky\_anatoly@ ukr.net*

Сучасні підходи до проектування аеродинамічного обрису транспортних засобів умовно можна розділити на три етапи: наближені інженерні підходи, моде-

лювання на основі методів особливостей, підходи що ґрунтуються на інтегруванні повних та осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса.

На першому етапі використовуються різноманітні інженерні підходи для формування аеродинамічного обрису, виходячи із технічного завдання та вимог замовника. Визначаються в першому наближенні геометричні та аеродинамічні характеристики. Формується аеродинамічний обрис в першому наближенні. На другому етапі слід використовувати більш складні моделі аеродинаміки на основі різноманітних підходів, що побудовані на моделі ідеальної рідини. Визначаються несучі властивості, силові та моментні залежності для відповідного обрису літального апарата. Третій етап є найбільш складним та дорого вартісним. На цьому етапі слід використовувати методи та моделі, що ґрунтуються на рівняннях для турбулентних течій.

В роботі розглянуто другий етап - як засіб попереднього проектування аеродинамічного компонування з використанням методів дискретних особливостей. В роботі використана нестационарна схема, в якій моделюється відрив з усіх гострих крайок крила. Ця схема має найбільш загальний випадок формування процесу обтікання несучої системи літального апарата. Проте складність фізичної інтерпретації формування таких процесів в умовах ідеальної рідини залишається проблематичним. Потреби практики вимагають розширення та поглиблення теоретичних підходів для вивчення нестационарних течій.

Застосування моделі ідеальної рідини для розрахунку несучої системи перспективного транспортного апарата дозволяє сформулювати аеродинамічну задачу як задачу Неймана для рівняння Лапласа. Проведено розрахунки несучих систем складної геометричної форми в плані. Отримано залежності підйімальної сили та поздовжнього моменту в залежності від кута атаки та відстані до землі. Обчислювальний експеримент підтвердив, що метод дискретних вихорів є одним з важливих методів обчислювальної аеродинаміки. Він є ефективним засобом для розв'язування цілого ряду аеродинамічних задач

***Ключові слова:** математичне моделювання, аеродинамічне компонування, аеродинамічні характеристики, числове моделювання, метод дискретних вихорів.*

## 1. Вступ

Дослідження аеродинаміка перспективних транспортних апаратів з точки зору методу дискретних особливостей можна розбити на наступні групи:

1. Стационарний підхід. В цьому підході передбачається наявність вихорової течії в сліді та відсутність носової вихорової пелени [1-2]. Такий підхід придатний для розрахунку аеродинамічних характеристик (АДХ) з профільованими передніми крайками несучих систем на режимах, при яких немає загального відриву течій на їх поверхні. На основі цього підходу можуть бути визначені нелінійні стационарні аеродинамічні характеристики, що пов'язані з формуванням вихорової пелени, що сходиться на бокових крайках. Вказана вихорова пелена згортається в вихорові джугути. В цьому підході передбачено значні кути атаки, відхилення носових рульових поверхонь, зміна геометрії несучих поверхонь.

2. Стационарна схема несучої поверхні, в якій передбачений схід вихорової пелени з передніх крайок. Ця схема передбачає обтікання несучих систем з крилами невеликого видовження [1]. Форма в плані таких крил близька до трикутної. В реальних течіях така структура течії спостерігається на крилах з гострими передніми крайками та малою відносною товщиною. До таких схем несучих поверхонь є зацікавленість фахівців у зв'язку з позитивними ефектами зростання несучих властивостей. Цей ефект пояснюється підсмоктуючою дією носових вихорових джугутів. Така схема моделювання придатна для розрахунку

крилевих систем складної форми в плані, коли відрив відбувається тільки на частині несучих систем. Течія такого характеру спостерігається при наявності гострих передніх крайок та малої відносної товщини крила

3. Нестационарна схема, в якій не моделюється відрив з передньої крайки крила [1]]. Перехідні процеси в течіях з такою схемою вийдуть до стаціонарної граничної течії. Що спостерігається в схемах без носової вихорової пелени. Проте дана схема моделювання дозволяє досліджувати нестационарні течії з формуванням вихорового сліду та його еволюції.

4. Нестационарна схема, в якій моделюється відрив з усіх гострих крайок крила [1-3]. Ця схема має найбільш загальний випадок формування процесу обтікання несучої системи літального апарата. В ній моделюються відривна течія на всіх крайках крила з формуванням нестационарних граничних режимів. В таких схемах течій можуть накладатися обмеження на відсутність вторинних відривів потоку. Проте складність фізичної інтерпретації формування таких процесів в умовах ідеальної рідини залишається проблематичною. Потреби практики вимагають розширення та поглиблення теоретичних підходів для вивчення нестационарних течій. Розвиток обчислювальної техніки та методів моделювання буде сприяти розвитку обчислювальної аеродинаміки. Цілий ряд робіт присвячений питанням формування та руйнування вихорової пелени в роботах [1-5]

## **2. Сучасні методи визначення аеродинамічних характеристик транспортних апаратів.**

Сучасні підходи до проектування аеродинамічного обрису транспортних засобів умовно можна розділити на три етапи:

- наближені інженерні підходи,
- моделювання на основі методів особливостей
- підходи що ґрунтуються на інтегруванні повних та осереднених варіантів рівнянь Нав'є-Стокса.

На першому етапі використовуються різноманітні інженерні підходи для формування аеродинамічного обрису, виходячи із технічного завдання та вимог замовника. Визначаються в першому наближенні геометричні та аеродинамічні характеристики, формується обрис в першому наближенні.

На другому етапі слід використовувати більш складні моделі аеродинаміки на основі різноманітних підходів, що побудовані на моделі ідеальної рідини. Визначаються несучі властивості, силові та моментні залежності для відповідного обрису транспортного засобу.

Третій етап є найбільш складним та дорого вартісним. На цьому етапі слід використовувати методи та моделі, що ґрунтуються на рівняннях для турбулентних течій.

Сучасні підходи до моделювання турбулентних течій на основі моделі в'язкої рідини умовно розділяють на три рівні: Direct Numerical Simulation - DNS, Large Eddy Simulation - LES, RANS, Reynolds Averaged Navier - Stokes – RANS.

## **3. Метод проектування аеродинамічних обрисів перспективних транспортних апаратів з використанням сингулярних інтегральних рівнянь.**

Для розв'язування задач з визначення АДХ літальних апаратів зручно використовувати так звані панельні методи. Вони є числовими методами, які базуються на використанні дискретних особливостей типу вихор, джерело диполь. На відміну від методів Computational Fluid Dynamics modeling (CFD) дискретизація проводиться не по всій розрахунковій області, а тільки по поверхні літального апарата. Поверхня літального апарата покривається чотирикутними панелями з сингулярними елементами. Усі різновиди панельних методів, що використовують різні дискретні особливості, приводяться до розв'язування рівнянь Фредгольма II роду. Найбільш повні методи їх розв'язування в додатках до рівнянь математичної фізики приводяться в роботі И.К. Лифанова [2-3].

Методи визначення АДХ, що ґрунтуються на розв'язуванні сингулярних інтегральних рівнянь є простішими від методів RANS, DES, LES, DNS проте ефективними. При виборі схеми аеродинамічної компоновки ЛА несуча система заміняється нескінченно тонкою поверхнею. Такі елементи крил, як радіуси округлень передніх крайок можна досліджувати окремо. На першому етапі проектування розрахунки АДХ крил малого видовження можна проводити з використанням прости алгебраїчних залежностей, що викладаються в інженерних підходах.

Задача розрахунку обтікання різноманітних тіл, транспортних засобів та їх елементів повітряним потоком є доволі складною. Застосування моделі ідеальної рідини для розрахунку несучої системи перспективного транспортного апарата дозволяє сформулювати аеродинамічну задачу як задачу Неймана для рівняння Лапласа: [1-3]

$$\Phi_0(M_0) = \frac{1}{4\pi} \int_L \frac{\partial U_0(M, M_0)}{\partial \bar{n}_M} g(M) d\sigma_M, \quad M_0 \notin \sigma \quad (1)$$

$$\Phi(M) = \frac{1}{4\pi} \int_L \frac{\partial U(M, M_0)}{\partial \bar{n}_M} g(M) d\sigma_M, \quad M_0 \notin \sigma, \quad (2)$$

де  $\bar{n}_M$  - орт нормалі до кривої L в точці M,  $g(M)$  - густина потенціалу подвійного шару,  $M(x, y, z), M_0(x_0, y_0, z_0)$  - точки простору  $R^3$ ,  $M \neq M_0, \bar{r}_{M, M_0} = \overline{MM_0}, r_{M, M_0} = |\bar{r}_{M, M_0}| = MM_0$ , що задовольняють рівнянню Лапласа

$$\Delta U_0 = \frac{\partial^2 U_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}, \quad (3)$$

по координатам точки M для будь якої фіксованої точки  $M_0$ .

Функція  $U_0(M, M_0) = 1/4\pi e^{ikr_{MM_0}}/r_{MM_0}$  задовольняє рівнянню Гельмгольца по координатам точки M для будь якої фіксованої точки  $M_0$ .

Реальні задачі аеродинаміки транспортних засобів є нестационарними та відривними. Розглянемо випадок, коли транспортний засіб, що описується поверхнею  $\sigma_1$ , знаходиться в нестационарному полі швидкостей  $\bar{U}_0(M, t) = \text{grad}u_0(M, t)$ . З кривої L поверхні  $\sigma_1$  сходять нестационарний слід  $\sigma_2$ [2,3,6] На поверхні сліду  $\sigma_2$  повинні виконуватися умови

$$\begin{cases} p^+(M) - p^-(M) = 0, \\ V_n^+(M) - V_n^-(M) = 0, \end{cases} \quad \text{для } M \in \sigma_2, \quad (4)$$

де  $p^+(M)$ ,  $p^-(M)$  - тиск на вихоровій поверхні  $\sigma_2$  в точці  $M$ ,  $V_n^+(M)$ ,  $V_n^-(M)$  - проекція вектора швидкості на нормаль до вихорової поверхні  $\sigma_2$  в точці  $M$ .

Несуча система транспортного апарата моделюється приєднаними вихоровими рамками. Відривна течія моделюється на всіх крайках крила з формуванням нестационарних граничних режимів.

#### 4. Результати досліджень

Розроблено методику, алгоритм та комплекс програм розрахунку АДХ несучих систем відповідних транспортних апаратів. Комплекс програм було протестовано на цілому ряді задач з визначення АДХ несучих систем транспортних апаратів [6]. Розглянуто два типи обрисів несучої системи перспективного транспортного апарата: крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю, крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей. Геометрію несучих системи складної форми в плані перспективного транспортного апарата показано на рис.1. На рис.2-3. показано залежності коефіцієнтів підйомної сили та моменту тангажа від кута атаки та відстані до землі вказаної несучої системи крила, отриманого розрахунковим шляхом.

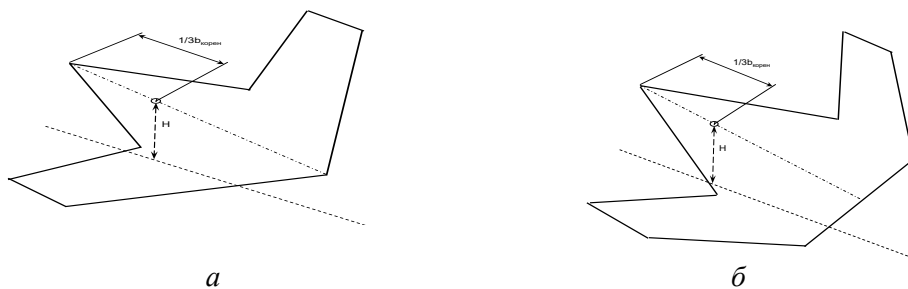


Рис. 1– Крило складної геометрії поблизу землі:  
а – з від'ємною стрілоподібністю; б – з від'ємною стрілоподібністю консолей.

Дослідження показали, що несуча система для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю консолей має дещо кращі несучі властивості ніж для крила складної геометрії з від'ємною стрілоподібністю.

**Висновки.** Таким чином задача розрахунку АДХ різноманітних тіл, транспортних засобів та їх елементів повітряним потоком з використанням моделі ідеальної рідини дозволяє сформулювати її як задачу Неймана для рівняння Лапласа. Розв'язок задачі розшукується в вигляді потенціалу подвійного шару. Використовуючи методи дискретних особливостей можна досліджувати нелінійні аеродинамічні характеристики несучих систем складної форми в плані поблизу землі.

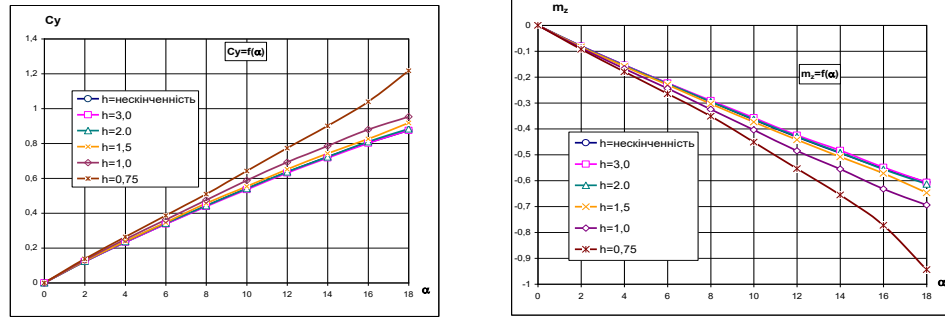


Рис 2 – Залежність коефіцієнта підйомної сили та коефіцієнта моменту тангажа від кута атаки для крила складної геометрії з від’ємною стрілоподібністю для різних відстаней до землі

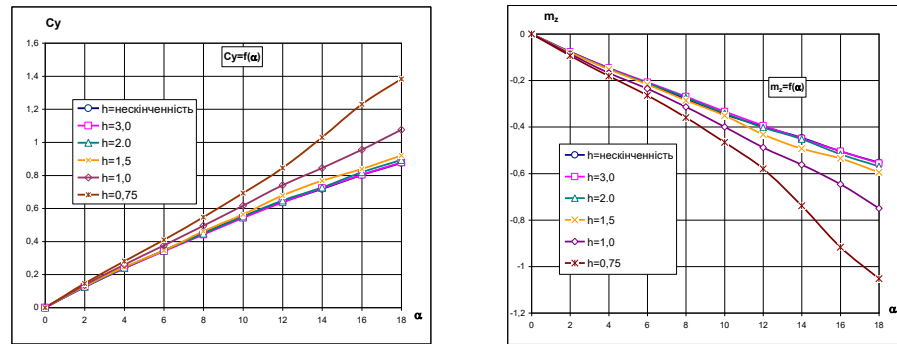


Рис 3 – Залежність коефіцієнта підйомної сили та коефіцієнта моменту тангажа від кута атаки для крила складної геометрії з від’ємною стрілоподібністю консолей для різних відстаней до землі.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С.М. Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.:Наука, 1978. 352 с.
2. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 253 с.
3. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.:ТОО “Янус”, 1995. 520с.
4. Werle II Visualisation de l’effet de sol basse vitesse autour d’une maguette d’avion // Recherche Aerospatiale. 1970. N2.
5. Widnal Sh.E. The structure and dynamics of vortex filaments// Annual Rev. Fluid Mech.1975. v7.
6. Сохацький А.В. Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Серія Математичне моделювання в техніці та технологіях. зб. наук. пр. //Нац. Техн. Ун-т «Харків. Політехн.ін-т». –Харків: НТУ «ХПІ», 2019- №8(1333) - С.181-186.

## Method of discrete features as planning means is aerodynamic outlines of transport vehicles

A.V. Sokhatsky

*University of custom business and finances, Dnipro, Ukraine  
Sokhatsky\_anatoly@ ukr.net*

The main stages of the development of the discrete singularities method are described. Modern results on the numerical solution of boundary hypersingular integral equations by the methods of collocations and piecewise constant approximations are given.

The modern going near planning of aerodynamic design outline of transport vehicles conditionally can be divided into three stages: engineering approaches are close, design on the basis of methods of discrete singularities, approaches that are base on integration of complete and the Reynolds-averaged of Navier-Stokes equations. On the first stage various engineering approaches are used for forming of aerodynamic outline, going out a requirement specification and requirements of customer. Close geometrical and aerodynamic descriptions are determined in the first. An aerodynamic outline is formed in the first close. On the second stage it follows to use more difficult models of aerodynamics on the basis of various approaches that is built on the model of ideal liquid. Bearing properties are determined, power and moment characteristics for the corresponding outline of aircraft. The third stage is most difficult and expensive cost. On this stage it follows to use methods and models that are base on equations for turbulent flow.

The second stage is in-process considered – as means of the previous planning of aerodynamic arrangement with the use of methods of discrete features. A non-stationary chart in that tearing away is designed from all sharp edge of wing is in-process used. This chart has the most general case of forming of process of flowing around of the bearing system of aircraft. However complication of physical interpretation of forming of such processes in the conditions of ideal liquid remains problematic. The necessities of practice require expansion and deepening of theoretical approaches for the study of non-stationary.

Application of model of ideal liquid for the calculation of the bearing system of a perspective transport vehicle allows to set forth aerodynamic task as task of Neumann for equalization of Laplace. The calculations of the bearing systems of difficult geometrical plane form are conducted. Dependences of carrying capacity and longitudinal moment are got depending on the corner of attack and distance to the ground clearance.

A computational experiment confirmed, that a method of discrete vortices was one of important methods of computational aerodynamics. He is effective means for untiing of a number of aerodynamic tasks.

**Key words:** *mathematical simulation, aerodynamic configuration, aerodynamic characteristics, numerical simulation, method of discrete vortices.*

## Метод дискретних особливостей як засіб проектування аеродинамічних обрисів транспортних апаратів

А.В. Сохацький

*Університет митної справи та фінансів, Дніпро, Україна  
Sokhatsky\_anatoly@ ukr.net*

Сучасні підходи до проектування аеродинамічного обрису транспортних засобів умовно можна розділити на три етапи: наближені інженерні підходи, моделювання на основі методів особливостей, підходи що ґрунтуються на інтегруванні повних та осереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса.

На першому етапі використовуються різноманітні інженерні підходи для формування аеродинамічного обрису, виходячи із технічного завдання та вимог за-

мовника. Визначаються в першому наближенні геометричні та аеродинамічні характеристики. Формується аеродинамічний обрис в першому наближенні. На другому етапі слід використовувати більш складні моделі аеродинаміки на основі різноманітних підходів, що побудовані на моделі ідеальної рідини. Визначаються несучі властивості, силові та моментні залежності для відповідного обрису літального апарата. Третій етап є найбільш складним та дорого вартісним. На цьому етапі слід використовувати методи та моделі, що ґрунтуються на рівняннях для турбулентних течій.

В роботі розглянуто другий етап - як засіб попереднього проектування аеродинамічного компонування з використанням методів дискретних особливостей. В роботі використана нестационарна схема, в якій моделюється відрив з усіх гострих крайок крила. Ця схема має найбільш загальний випадок формування процесу обтікання несучої системи літального апарата. Проте складність фізичної інтерпретації формування таких процесів в умовах ідеальної рідини залишається проблематичним. Потреби практики вимагають розширення та поглиблення теоретичних підходів для вивчення нестационарних течій.

Застосування моделі ідеальної рідини для розрахунку несучої системи перспективного транспортного апарата дозволяє сформулювати аеродинамічну задачу як задачу Неймана для рівняння Лапласа. Проведено розрахунки несучих систем складної геометричної форми в плані. Отримано залежності підйімальної сили та поздовжнього моменту в залежності від кута атаки та відстані до землі. Обчислювальний експеримент підтвердив, що метод дискретних вихорів є одним з важливих методів обчислювальної аеродинаміки. Він є ефективним засобом для розв'язування цілого ряду аеродинамічних задач

***Ключові слова:** математичне моделювання, аеродинамічне компонування, аеродинамічні характеристики, числове моделювання, метод дискретних вихорів..*

## МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ КАК СРЕДСТВО ПРОЕКТИРОВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ОЧЕРТАНИЙ ТРАНСПОРТНЫХ АППАРАТОВ

А.В. Сохацкий

Университет таможенного дела и финансов, Днепр Украина

Sokhatsky\_anatoly@ ukr.net

Современные подходы к проектированию аэродинамического очертания транспортных средств условно можно разделить на три этапа: приближенные инженерные подходы, моделирование на основе методов особенностей, подходы что основываются на интегрировании полных и усредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье-Стокса.

На первом этапе используются различные инженерные подходы для формирования аэродинамического облика, исходя из технического задания и требований заказчика. Определяются в первом приближенные геометрические и аэродинамические характеристики. Формируется аэродинамический облик в первом приближенные. На втором этапе следует использовать более сложные модели аэродинамики на основе различных подходов, основанных на модели идеальной жидкости. Определяются несущие свойства, силовые и моментные зависимости для соответствующего очертания летательного аппарата. Третий этап является наиболее сложным и дорогостоящим. На этом этапе следует использовать методы и модели, основываются на уравнениях для турбулентных течений.

В работе рассмотрены второй этап - как средство предварительного проектирования аэродинамической компоновки с использованием методов дискретных особенностей. В работе использована нестационарная схема, в которой моделируется отрыв из всех острых кромок крыла. Эта схема имеет наиболее общий случай формирования процесса обтекания несущей системы летательного аппарата. Однако сложность физической интерпретации формирования таких процессов в условиях идеальной жидкости остается проблематичным.



XX Міжнародний симпозиум «Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики/Discrete Singularities Methods in Mathematical Physics»,  
МДОЗМФ/DSMMPH-2021

Потребности практики требуют расширения и углубления теоретических подходов для изучения нестационарных течений.

Применение модели идеальной жидкости для расчета несущей системы перспективного транспортного аппарата позволяет сформулировать аэродинамическую задачу как задачу Неймана для уравнения Лапласа. Проведены расчеты несущих систем сложной формы в плане. Получены зависимости подъемной силы и продольного момента в зависимости от угла атаки и расстояния до земли.

Вычислительный эксперимент подтвердил, что метод дискретных вихрей является одним из важных методов вычислительной аэродинамики. Он является эффективным средством для решения целого ряда аэродинамических задач.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, аэродинамическая компоновка, аэродинамические характеристики, численное моделирование, метод дискретных вихрей.

## REFERENCE

1. Belotserkovsky S.M. Nisht M.I. Separated and unseparated ideal fluid flow around thin wings. M.: Nauka, 1978.352 p.
2. Belotserkovsky S. M., Lifanov I. K. Numerical methods in singular integral equations and their application in aerodynamics, theory of elasticity, electrodynamics. Moscow: Nauka, 1985.253 p.
3. Lifanov I. K. Methods in singular integral equations and numerica experement. Moscow: TOO, "Yanus" 1995. 520 p.
4. Werle II Visualisation de l'effet de sol basse vitesse autour d'une maguette d'avion // Recherche Aerospatiale. 1970. N2.
5. Widnal Sh.E. The structure and dynamics of vortex filements// Annual Rev. Fluid Mech.1975. v7.
6. Sokhatsky A.V. Bulletin of the National Technical University "KhPI" Series Mathematical modeling in engineering and technology. zb. Science. etc. // Nat. Tech. University "Kharkiv. Polytechnic Institute ". –Kharkiv: NTU "KhPI", 2019- №8 (1333) -P.181-186.